

## SCRÚDÚ ARDTEISTIMÉIREACHTA. 1983

## MATAMAITIC FHEIDHMEACH—ARDLEIBHÉAL

DÉ hAOINE, 24 MEITHEAMH—IARNÓIN, 2.00–4.30

Sé cheist a fhreagairt. Tá na ceistanna ar fad ar cómharc. Féadfar Táblaí Matamaitice a fháil ón bhFeitheoir. Glac luach  $g$  a bheith ionann le  $9.8$  méadar/soicind<sup>2</sup>.

1. Traein dar fad 120 m agus luasghéarú  $1 \text{ m/s}^2$  buaileann sí le traein eile dar fad 80 m agus í ag taisteal ar ráille comhthreomhar sa treo eile ar luasghéarú  $1.5 \text{ m/s}^2$ . Tá luas 20 m/s agus 25 m/s acu, faoi seach. Taispeáin, trí léaráidí, suímh na draenacha díreach sula mbuaileann siad le chéile agus díreach tar éis dóibh dul thar a chéile. Faigh an méid ama a ghlacann sé de na traenacha dul thar a chéile. Dá dtarlódh go gcuirfeadh ceann de na traenacha, trí na coscáin a chur ag obair,  $12\frac{1}{2}\%$  de bhreis leis an am sa ghabháil thar a chéile, ríomh go dtí an  $\text{m/s}^2$  is gaire an laghdú ina luasghéarú.
2. D'eitil eiteallán soir díreach ó  $p$  go dtí  $q$  ar  $u_1 \text{ km/u}$ . Do b'é  $v \text{ km/u}$  luas na gaoithe ón aird aniar aneas. Ar an turas ar ais ó  $q$  go dtí  $p$ , siar díreach, do b'é luas an eitealláin  $u_2 \text{ km/u}$  agus gan aon athrú ar luas na gaoithe. Má ba é luas an eitealláin in aer socair  $x \text{ km/u}$ ,  $x > v$ , taispeáin trí thaispeán a dhéanamh feadh  $pq$  agus ingearach leis, nó ar bhealach eile, go bhfuil

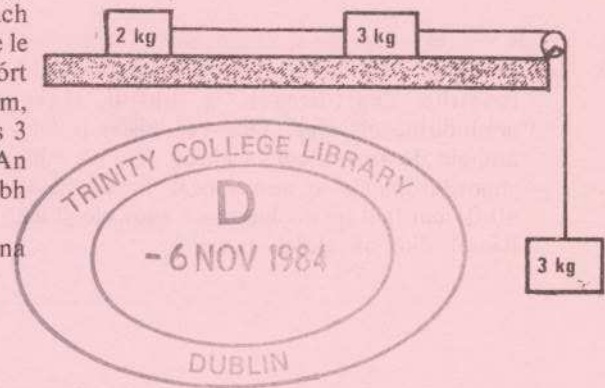
(i)  $u_1 - u_2 = v\sqrt{2}$

(ii)  $u_1 u_2 = x^2 - v^2$

Má ta  $|pq| = d$ , faigh i dtéarmaí  $v$ ,  $x$  agus  $d$ , an t-am don dá thuras.

3. Taispeánann an léaráid cáithníní de mhais 2 kg agus 3 kg, leith ar leith, ina luí ar bhord cothrománach i líne dhíreach ingearach le ciumhais an bhoird. Tá siad comhcheangailte le corda teann, éadrom, neamh-insinte. Corda eile den sórt céanna a ghabhann thar ulóg fhosaithe, éadrom, ceanglaíonn sé an cáithnín 3 kg le cáithnín eile de mhais 3 kg atá ar saorchrochadh faoi dhomhantarraingt. An teagmháil idir na cáithníní agus an bord is teagmháil gharbh í a bhfuil comhéifeacht chuimilte  $\frac{1}{4}$  aici. Taispeáin i léaráidí ar leith na fórsaí atá ag obair ar na cáithníní nuair a scaoiltear an córas ó fhos. Ríomh

(i) an luasghéarú coiteann

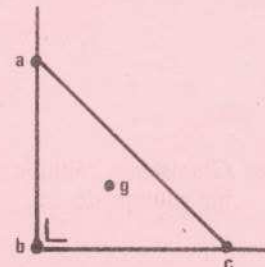
(ii) an teannas i ngach corda ar leith i dtéarmaí  $g$ .

4. Scaoiltear piléar as gunna fosaithe ag pointe  $o$  ar luas  $v \text{ m/s}$  ag uillinn  $\theta$  leis an gcothromán. Díreach ar mheandar an scaoilte tá sprioc gluaiasteach 10 m go ceartingearach os cionn  $o$  agus é ag gluaiseacht ar bhuanluas  $42\sqrt{2} \text{ m/s}$  ag uillinn  $45^\circ$  leis an gcothromán. Gluaiseann an piléar agus an sprioc sa phlána céanna. Má tá  $v = 70 \text{ m/s}$  agus  $\tan \theta = 4/3$ , faigh amach cén t-am tar éis an piléar a scaoileadh a mbuaileann sé an sprioc agus ríomh fad cothrománach an philéir ó  $o$ . Taispeáin go dtugann  $\tan \theta = 4/3$  an luach is lú de  $\theta$  chun a chinntiú go mbuailfidh an piléar an sprioc.
5. Cuir síos na dlíthe a rialaíonn imbhuailte fiara idir dhá sféar mhíne leaisteacha. Imbhuailteann dhá sféar dá leithéid  $A$  agus  $B$ , dar mais 5 agus 10 kg faoi seach, a chéile go fiar. Is é  $\frac{1}{4}$  comhéifeacht an chúitímh. Díreach roimh an imbhuailte is é luas  $A$  ná  $5\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$  agus  $B$  ná  $-2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ , nuair a ríomhtar na luais i m/s agus nuair is aonadveicteoirí iad  $\mathbf{i}$  agus  $\mathbf{j}$  feadh líne na lár agus ingearach leis an líne sin. Faigh luas (i)  $A$ , (ii)  $B$  díreach tar éis an imbhuailte. Taispeáin gurb é 80 J an cailleadh san fhuinneamh cinéatach. Ríomh tan na huilleann trína sraontar  $B$  tar éis an imbhuailte.

6. (i) Tá mais  $m$  ag lann aonfhoirmeach thriantánach  $abc$  ina bhfuil  $|ab| = |bc| = 6$  agus  $\angle abc = 90^\circ$ . Taispeáin gurb é  $6m$  a móimint táimhe timpeall ar  $bc$ .

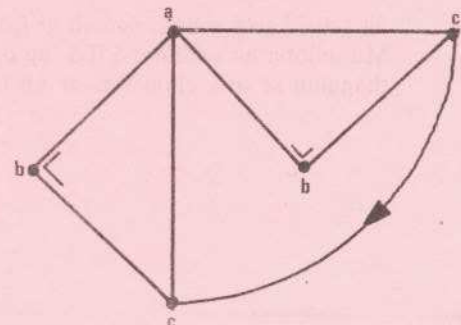
- (ii) Cruthaigh gurb é  $24m$  móimint táimhe  $abc$  timpeall ar ais trí  $a$  ingearach le plána  $abc$ .

[Is iad (2,2) comhordanáidí  $g$ , an meáchanlár, nuair a bhíonn an bunphointe ag  $b$ .]



- (iii) Tá an ais trí  $a$  fosaithe go cothrománach sa slí go bhféadann an lann rothlú go saor faoin domhantarraingt i bplána ceartingearach. Scaoiltear ó fhos  $i$  agus  $ac$  go cothrománach agus lastuas de  $b$ .

Faigh, i dtéarmaí  $g$ , luas  $c$  nuair a bhíonn  $ac$  ceartingearach.



7. Tá dronchón ciorclach cuasach dar uillinn leath-cheartingearach  $\alpha$ , agus  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ , fosaithe agus a ais go ceartingearach agus a rinn síos. Tá dromchla an chóin laistigh garbh agus comhéifeacht chuimilte  $\frac{1}{2}$  aige agus rothlaíonn an cón timpeall ar a ais ar luas uilleach aonfhoirmeach 7 rad/s. Leagtar cáithnín dar mais  $m$  ar an dromchla laistigh agus rothlaíonn sé in éineacht leis an gcón ag airde cheartingearach  $h$  taobh thuas den rinn. Ríomh imoibriú normalach an cháithnín leis an dromchla laistigh agus an airde  $h$  taobh thuas den rinn má tá

- (i) an cáithnín ar tí sleamhnú síos  
(ii) an cáithnín ar tí sleamhnú suas.

8. Sainmhíneigh gluaisne shimplí armónach i líne dhíreach agus taispeáin gur féidir le

$$x = a \sin \omega t$$

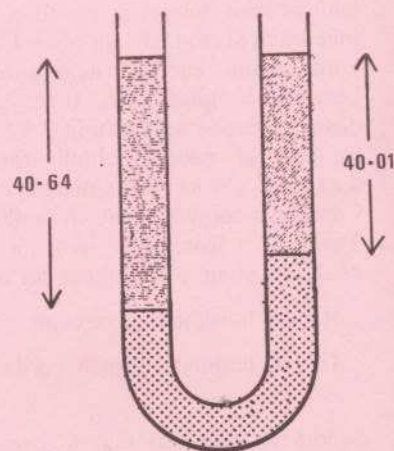
an ghluaisne sin a thuirisciú, nuair is é  $x$  an fad ó phointe fosaithe agus go bhfuil na gnáthbhriónna ag  $\alpha$ ,  $\omega$  agus  $t$ .

Ceanglaítear cáithnín  $p$ , dar mais 5 kg, trí chorda éadrom leaisteach, dar fad nádúrtha 2 m agus dar tairiseach leaisteach 140 N/m, le pointe fosaithe  $q$  ar dhromchla garbh cothrománach áit arb í 1 an chomhéifeacht chuimilte. Scaoiltear  $p$  ó fhos ag pointe  $a$  áit a bhfuil  $|qa| = 3$  m.

Trí na fórsaí atá ag obair ar  $p$  nuair is é a fhad ó  $q$  ná  $(2.35 + x)$  m a chur faoi bhreithniú, cruthaigh go ngluaiseann  $p$  i ngluaisne shimplí armónach comh fada is atá an corda rite. Abair cad é suíomh an láir,  $o$ , den ghluaisne shimplí armónach i.e.  $|qo|$  agus scríobh síos an aimplitiúid.

Má ghlactar leis gurb é  $\frac{\pi}{\sqrt{7}}$  an tréimhse pheireodach, ríomh an t-am a ghlacann sé don cháithnín taisteal ó  $a$  go pointe 2 m ó  $q$ .

9. (a) Líonann mearcair an chuid chuartha de U-fheadán fosaithe ceartdíreach a bhfuil trasghearradh aonfhoirmeach aige. Doirtear uisce isteach i ngéag amháin de agus alcól sa ghéag eile, nó mbíonn an dá shaordhromchla ar aonleibhéal. Is iad 40.64 cm agus 40.01 cm faid na gcolún uisce agus alcóil leith ar leith. Ríomh dlús an alcóil.



Doirtear tuilleadh alcóil isteach go dtí go mbíonn an dá dhromchla mearcair ar aonleibhéal. Faigh cad é fad nua an cholúin alcóil go dtí an mm is gaire.

[Dlús uisce = 1000 kg/m<sup>3</sup>.

Dlús gaolmhar mearcair = 13.6]

- (b) Coimeádtar dronchón ciorclach dar ga boinn  $r$  agus dar airde ceartingearach  $3r$  tumtha agus a rinn síos i leacht dar dlús  $\rho$ . Tá plána an bhoinn cothrománach agus é fad  $r$  taobh thíos den dromchla.

Ríomh na fórsaí a chuireann an leacht i bhfeidhm

- (i) ar an mbonn  
(ii) ar dhromchla cuartha an chóin.

10. (a) Faigh réiteach na cothromóide difreálaí

$$\sin x \frac{dy}{dx} = y \cos x$$

$$\text{nuair atá } y = 2 \text{ ag } x = \frac{\pi}{6}.$$

- (b) Gluaiseann cáithnín dar mais 8 kg ar feadh líne (an  $x$ -ais) ar phlána mín cothrománach faoi ghníomhú fórsa ina níutain de

$$(40 - 3\sqrt{x})\vec{i}$$

áit arb é  $\vec{i}$  an t-aonadveicteoir ar feadh na haise agus arb é  $x$  fad an cháithnín ó phointe fosaithe  $o$  ar an ais. Má imíonn an cáithnín ó fhos ag  $o$ , faigh amach a luas nuair a bhíonn  $x = 100$  agus ríomh an t-am nuair a thagann sé arís chun fois ar an toirt.

$$\left[ \text{Luasghéarú} = v \frac{dv}{dx} \right]$$