

ΜΑΤΗΜΑΤΙΟ - ΔΡΔΙΕΘΕΔΙ - ΡΑΙΡΕΔΡ ΙΙ (300 ΜΑΡΟ)

ΔΕ ΜΑΙΡΤ, ΜΕΙΤΕΔΗ 15 - ΜΑΙΘΗ 9.30 ΣΟ ΔΤΙ 12

ΣΕ ΔΕΙΣΤ Δ ΡΕΔΣΑΙΡΤ. ΤΑ ΗΑ ΔΕΙΣΤΕΔΗΝΑ ΣΟ ΛΕΙΡ ΔΡ ΔΟΜΛΔΔ. ΤΑ ΤΑΒΛΔΙ ΜΑΤΗΜΑΤΙΟΔ ΔΡ
 ΡΑΙΛ ΔΗ ΒΡΕΙΤΕΘΙΡ.

1. (Α) ΜΑΣ ΙΔΘ Α, Β, Γ ΡΕΔΗΔΕΔ ΗΑ ΟΟΤΡΟΜΘΙΔΕ

$$x^3 - 2x + 5 = 0$$

ΡΑΙΣ ΗΑ ΟΟΤΡΟΜΘΙΔΙ ΣΗΡ ΡΕΔΗΔΕΔ ΔΘΙΘ

(i) $\alpha + 1, \beta + 1, \gamma + 1;$

(ii) $2\alpha, 2\beta, 2\gamma.$

(b) ΤΑΙΣΡΕΔΙΗ ΣΟ ΒΡΗΙΛ ΡΕΔΗ ΙΘΙΡ 1•1 ΔΣΗΣ 1•2 ΔΣ ΗΗ ΣΟΟΤΡΟΜΘΙΔ $x^3 + 2x - 4 = 0,$
 ΔΣΗΣ ΔΙΜΣΙΣ ΛΗΔΘ ΗΑ ΡΕΜΗΘΕ ΣΗΘ ΔΕΑΡΤ ΣΟ 2 ΙΘΔΘ ΔΕ ΔΕΔΔΥΛΑΔΑ.

2. (Α) ΟΡΗΔΑΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ $(x + 1)^n = \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r.$ [ΗΘΤΑ: ${}^nC_0 = 1$].

(b) ΜΑ ΤΑ ΡΟΡΒΑΙΡΤ ΔΕ-ΤΕΔΡΜΑΔ (1 + x)^k - ΔΙΤ Δ ΒΡΗΙΛ Κ ΗΗΑ ΣΛΗΗΗΙΗΡ ΔΕΙΗΗΕΔΘ -
 ΡΙΟΡ ΡΘΣ 1 ΣΟΜΗΔΙΡ Κ ΔΣΗΣ Ε ΗΗΑ ΗΙΗΙΡ ΔΘΙΗΕΔΣΑ ΔΡ ΗΗ ΣΟΙΗΗΙΟΛΛ ΣΟ ΒΡΗΙΛ
 $|x| < 1,$ ΣΟΡΙΘΘ ΣΙΘΣ ΗΗ ΔΕΑΤΡΥ ΤΕΔΡΜΑ ΣΑΗ ΡΟΡΒΑΙΡΤ ΜΑ ΤΑ Κ = $\frac{1}{3}$ ΔΣΗΣ $x = \frac{1}{20}$

(c) ΔΑΙΗ ΗΣΔΙΘ ΔΣ ΗΗ ΤΕΘΡΑΣΗΗ ΔΕ-ΤΕΔΡΜΑΔ ΔΗ $\sqrt[3]{28}$ Δ ΛΗΔΘΔΙΛ ΔΕΑΡΤ ΣΟ ΔΤΙ 3 ΙΘΔΘ
 ΔΕ ΔΕΔΔΥΛΑΔΑ.

3. (Α) ΔΕΔΗ ΗΗ ΣΡΑΙΤ Δ ΛΕΗΑΣ Δ ΤΑΣΤΑΙΛ 1 ΣΟΜΗΔΙΡ ΔΟΙΗΘΕΙΡΣΕΔΘΤΑ

$$\frac{1}{1!} + \frac{3}{2!} + \frac{5}{3!} + \frac{7}{4!} + \dots$$

(b) ΣΟΡΙΘΘ ΣΙΘΣ ΗΗ ΤΑΣΤΑΙΛ ΔΘΙΗΕΔΣΑ 1 ΣΟΜΗΔΙΡ ΔΟΙΗΘΕΑΡΣΑΘΤ ΣΡΑΙΤ ΔΕ ΤΕΔΡΜΑΙ
 ΔΕΙΗΗΕΔΘΑ.

ΛΗΘ ΣΗΗ ΗΘ ΔΡ ΣΛΙ ΕΙΛΕ ΟΡΗΔΑΙΣ ΣΟ ΣΟΙΗΘΕΙΡΣΙΘΗΗ ΗΗ ΣΡΑΙΤ

$$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

1 ΣΟΜΗΔΙΡ ΣΑΘ ΛΗΔΘΑ ΔΕΙΗΗΙΣ ΔΕ Χ.

4. ΣΕΙΤΕΔΗ ΕΙΣΡΙΘΘΤΑ ΔΕ ΗΙΗΡΕΔΘΑ ΡΕΔΔΔΘΑ ΙΣ ΕΔ $t_1, t_2, t_3, \dots, t_k, \dots$
 ΙΣ Ε Σ_κ ΣΗΗ ΗΗ ΔΕΔΘ Κ ΤΕΔΡΜΑΙ (κ = 1, 2, 3, ...).

ΔΣ ΣΛΑΘΘ ΛΕΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ $S_k = \log_{10}(k^2 + k)$

(i) ΟΡΗΔΑΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ ΣΑΘ ΤΕΔΡΜΑ ΣΑ ΣΕΙΤΕΔΗ ΔΕΙΗΗΕΔΘ,

(ii) ΟΡΗΔΑΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ ΗΗ ΣΕΙΤΕΔΗ ΔΣ ΛΑΣΔΥ (.Ι. $t_k < t_{k-1}$ 1 ΣΟΜΗΔΙΡ $k \geq 2$)

(iii) ΔΙΜΣΙΣ ΤΕΘΡΑΙΗΗ t_k Κ $k \rightarrow \infty$.

5. (Α) ΔΣ ΣΛΑΘΘ ΛΕΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ ΤΕΘΡΑΙΗΗ $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ ΔΕΘΘΡΑΙΣ ΣΗΧ 1 ΛΕΙΤ Χ Θ
 ΒΗΗΡΙΘΣΑΒΑΙΛ.

(b) ΔΕΘΘΡΑΙΣ 1 ΛΕΙΤ Χ

(i) $\frac{2}{x\sqrt{x}};$

(ii) $e^{-x} \sin 2x.$

(c) ΟΡΗΔΑΙΣ ΣΟ ΒΡΗΙΛ $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \log_e a.$

6. Μά ζυγανη αν φοιρμλε $k = \frac{1}{2}[1 + (0.0001)v^2]$ αν ράτα k α η-φοφοη cARR πειτρεαλ, ηζαλύηη σαη υαίρ α έλοίξ άζυς έ άζ ζλυαίσεαέτ φαοι λυαα ταιρσεαέ υ ηψλε σαη υαίρ scrfoθ σφοσ σλοηη α λέιρφοηη αν ηέαδ ιοηλάν πειτρειλ α φοιτεαρ λε ληηη αίστιρ αρ φαδ δό 150 ηψλε σλφ α δέαηαη.

Οέη λυαέ βα έόίρ βειέ αρ υ ι η.σ.υ. ι δτερο ισ ζο ηβεαδ αν ηέαδ ιοηλάν πειτρειλ σηη ιηα φοσλυαέ? Ρίσηαίξ αν τ-φοσλυαέ σηη ι ηζαλύηη.
[Ταθαίρ ζαέ φρεαζρα αcu ζο 2 ιοηαδ δε θεαέύλδαα.]

7. Σαηηφοτεαρ φειδμεαηηα f άζυς g ηαρ α λεαηαα:

$$f(x) = x(1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$g(x) = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Ταίσπεάηη ζο ηφυιλ $f(-x) = -f(x)$.

Αιησίξ έλασηαδ αν ζραίφ f άζ αν ποηητε ιηα έτρασηαφοηη σέ αν x -αίρ, άζυς λέιρίξ αν ζραφ

Ταίσπεάηη ζο ηφυιλ $g'(x) = -f(x)$ άζυς ρίσηαίξ

$$\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx.$$

8. λυαέάλαιξ

$$(i) (a) \int_{\alpha}^{\beta} \frac{3}{\sqrt{t}} dt; \quad (b) \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt[3]{t} dt;$$

$$(ii) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2-x}};$$

$$(iii) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2\theta \cos 4\theta d\theta.$$

9. Αιησίξ άέαρ αν ρέιζιυίηη ισ λύ ατά ιδιρ αν παραβολ $y^2 = 2x$ άζυς αν έιορκαλ $x^2 + y^2 = 3$.

10. Τά πολλα ταηαφ εααρτιηζεαραέ αρ αίρδε δό 10 δτεροίξ σοκραίε ι δταλαη ατά έοέρομάνηαέ. Τά δά σρεαηζ έαδρoη τεαηη εαηηζαίλτε λε βαέάν ρ σα ταλαη φαδ x τροίξέε ό βυη αν πολλα. Τέαηη σρεαηζ αηάηηη ζο βάρρ αν πολλα, άζυς τέαηη αν σρεαηζ ειλε ζο ποηητε ατά λεαέ-θεαλαέ συαα αν πολλα.

ισ έ θ αν υιλληηη ιδιρ ηα σρεαηζαηηα. Μά τά ηέαδ θ λε βειέ ιηα υααλυαέ ρίσηαίξ αν φαδ x .

[φέαέ λέαράιδ.]

