AN ROINN OIDEAĊAIS
SCRÚDÚ ARDTEISTIMÉIREAĊTA, 1971

MATAMAITIC - ARDLEIḂÉAL - PÁIPÉAR I

(300 marc)

Dé Céadaoin, Meiṫeaṁ 9 - Maidin, 9.45 go dtí 12.15

<u>Sé</u> ċeist a ḟreagairt.
<u>Tá</u> na ceisteanna go léir ar ċoṁluaċ.
Tá Táblaí Matamaitice le fáil ón bFeiṫeoir.

1. (a) Is é an líne $3x - 2y + 6 = 0$ íoṁá na líne L i leiṫ an aistriṫe $(1, 0) \to (0, 1)$. Faiġ coṫromóid L.

   (b) Taispeáin go gcumtar triantán coṁċosaċ leis na línte

$$x + y + 4 = 0$$
$$9x - 5y - 20 = 0$$
$$5x - 9y + 20 = 0\ .$$

   Más α agus β toṁais na n-uilleann ar aġaiḋ na slios atá coṫrom, taispeáin go bFuil $\tan\alpha = 3\frac{1}{2} = \tan\beta$.

2. Is é $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ an ciorcal K.
   Faiġ (i) a ġa, (ii) coṁordanáidí a láirṗointe, (iii) fad na míre a ġearrtar den y-ais ag an gciorcal K.
   Is é S an ciorcal $x^2 + y^2 - x - 3y - 2 = 0$ a ċoinníonn pointí coṁraic K agus líne Q. Faiġ coṫromóid Q agus taispeáin go gcoinníonn sé láirṗointe S.

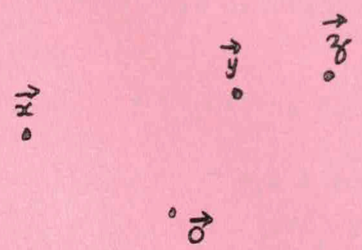
3. Má tá $t \in R$, taispeáin go bFuil an pointe $(at^2, 2at)$ mar ṗointe an ṗarabóil $y^2 = 4ax$ agus scríoḃ síos coṫromóid an taḋlaí den ṗarabol ag an bpointe sin.
   Ġearrann corda $[pq]$ den ṗarabol $y^2 = 4ax$ an x-ais ag s. Is iad T_1 agus T_2 na taḋlaiṫe den ṗarabol ag p agus q agus tá $T_1 \cap T_2 = \{k\}$. Cruṫaiġ go bFuil fad s ón bFócas coṫrom le fad k ón treoirlíne.

4. (a) Cruṫaiġ go bFuil $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$.

   (b) Má tá $z = 2 - i3$, taispeáin z agus z^2 ar léaráid Argand.

   (c) Réitiġ an coṫromóid
$$z^2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

5. (a) Má tá na trí veicteoir $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ (mar atá sa léaráid) coṁlíneaċ, taispeáin go bFuil na trí veicteoir $\vec{0}$, $\vec{y} - \vec{x}$, $\vec{z} - \vec{x}$ coṁlíneaċ freisin. (Is é $\vec{0}$ an veicteoir nialasaċ)



   (b) Is iad p, q, r trí ṗointe de ċiorcal gur láirṗointe dó o agus is é o an bunṗointe. Léiríotar na pointí, leiṫ ar leiṫ, ag

$$-3\vec{i} - 4\vec{j},\quad 3\vec{i} - 4\vec{j},\quad 5\vec{j}.$$

   Taispeáin go bFuil
$$\cos \angle por = \frac{-4}{5}$$
   agus <u>bain as sin</u> go bFuil
$$\angle por = 2\angle pqr.$$

6. (a) Sainiġ inmapa líneaċ den ṗlána veicteoireaċ Π_0.
   Déantar mírlíne $[ab]$ a roinnt ag p sa ċoiḃneas $x : y$. Cruṫaiġ go gcoṁroinntear íoṁá $[ab]$ i leiṫ inmapa líneaċ f ag $f(p)$ sa ċoiḃneas céanna $x : y$.

   (b) Is bonn iad na veicteoirí $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ den ṗlána veicteoireaċ Π_0 agus sainítear inmapa líneaċ f mar a leanas

$$f(\vec{e}_1) = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$$
$$f(\vec{e}_2) = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$$

   Scríoḃ síos an maitrís de f agus bain úsáid as an maitrís sin ċun $f(\vec{x})$ a ḟáil áit a bFuil $\vec{x} = 13\vec{e}_1 - 29\vec{e}_2$.

7. Scríoḃ síos na maitrísí de na hinmapanna seo a leanas:

(i) Friṫċaiṫeaṁ sa líne $R\vec{i}$ [.i. an x-ais].

(ii) Friṫċaiṫeaṁ sa líne $R(\vec{i} + \vec{j})$ [.i. an líne $y = x$].

(iii) Roṫlú de uillinn θ ṫar an bunpointe.

Is é f an friṫċaiṫeaṁ sa líne $R(\vec{i} - \vec{j})$,
is é g an friṫċaiṫeaṁ sa líne $R\vec{i}$,
is é k an friṫċaiṫeaṁ sa líne $R(\vec{i} + \vec{j})$.

Taispeáin go bḟuil
$$k \circ g = g \circ f$$
agus uaiḋ sin faiġ maitrís an ḟriṫċaiṫiṁ sa líne $R(\vec{i} - \vec{j})$.

8. Sainiġ (i) uiṁir ċoimpléascaċ,
(ii) suimiú uiṁreaċa coimpléascaċa,
(iii) méadú uiṁreaċa coimpléascaċa,
(iv) comċuingeaċ d'uiṁir coimpléascaċ.

Taispeáin go bḟuil
$$z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 2\mathrm{Re}(z_1\bar{z}_2) \leqslant 2|z_1||z_2|,$$
nuair is $\mathrm{Re}(z)$ an ċuid réadaċ de uiṁir ċoimpléascaċ z.

Má tá $z_1 = 3 + 4i$, léiriġ ar léaráid Argand

(i) z_1; (ii) $\frac{5}{z_1}$; (iii) $z_1 - 2$; (iv) $z_1 + i$.

Ar léaráid Argand eile léiriġ na tacair

$A = \{z$, sa ċaoi go bḟuil $|z| = 2\}$,

$B = \{z$, sa ċaoi go bḟuil argóint $z = \frac{\pi}{4}\}$.

Léiriġ an tacar $A \cap B$.

9. Tarraing strac-ġraf de gaċ feiḋm díoḃ seo a leanas:

(i) $x \to |\sin x|$, $x \in R$,

(ii) $x \to \sin|x|$, $x \in R$,

(iii) $x \to |\log_e x|$, $x \in R$, $x > 0$,

(iv) $x \to \log_e |x|$, $x \in R$, $x \neq 0$,

(v) $x \to f(x)$ áit a bḟuil $f(x) = n$, $n \leqslant x < n + 1$, agus gur slánuiṁir í n.

I ngaċ cás tabair an raon (íomá) agus abair cé acu peireodaċ nó naċ ea gaċ feiḋm díoḃ.

10A. (i) Sainítear an oibriú * ar an dtacar Q d'uiṁreaċa cóiṁeastaċa mar seo:
$$a * b = \tfrac{1}{2}(a + b).$$
An grúpa é Q,* ? Cuir fáṫ le do ḟreagra.

(ii) Abair go bḟuil $S = \{1, 2, 3, 4\}$ agus go bḟuil $a \in S$ agus $b \in S$. Sainiġ $a * b$ mar an fuílleaċ nuair a roinntear $a \times b$ ar a 5 (.i. $3 * 4 = 2$).
Cum tábla Cayley le haġaiḋ an oibriú * agus cruṫaiġ gur grúpa cóṁalartaċ é S,*.

<u>nó</u>

10B. (a) Caitear pingin ceiṫre huaire. Scríoḃ síos an spás samplaċ le haġaiḋ na triaileaċ sin (.i. scríoḃ síos na toraiḋ indéanta go léir). Ag baint úsáide duit as an spás samplaċ sin, nó i slí eile, faiġ an dóċúlaċt go bḟaiġtear

(i) aġaiḋ mar toraḋ an ċéad dá ċaiteaṁ,

(ii) dá aġaiḋ ar a laiġeaḋ,

(iii) aġaiḋ ar an gcéad agus ar an triú caiteaṁ.

(b) Tá 4 ċulaiṫ i bpaca 52 ċárta imearṫa – spéireata agus triuf mar ċultaċa duḃa, hairt agus muileata mar ċultaċa dearga. I ngaċ culaiṫ tá 13 cárta agus orṫu san tá trí ċárta ṗictiúraċa ar a dtugtar Cuireata, Bainríon agus Rí.
Cé méad slí a ḟéadtaí dá ċárta a ṫogaḋ as an bpaca ?
Má ḋéantar dá ċárta a ṫogaḋ ar corr san am ċéanna as an bpaca, ríoṁaiġ an dóċúlaċt go bḟuil

(i) gaċ cárta díoḃ as culaiṫ duḃ,

(ii) cárta aṁáin díoḃ ina spéireata nó ina triuf agus an cárta eile ina hairt,