Céimseata na Meaḋon-Scol

Cuid I

Seoſaṁ Ó Tallaṁain
Ollaṁ le Matamaitic
i Scoil na mBráṫar, Dún Dealgan
do ċum

092

Preas Ḋún Dealgan do ċuir i gcló ⁊ do ċuir amaċ: Sráid Ḃaile Ḋún Dealgan

RÉAṀ-RÁḊ.

Ní móide gur gáḋ aon leaṫ-sgéal a ṫaḃairt i dtaoḃ leaḃar nua Matamaitice a ċur ar ḟaġáil i nGaeḋilg i láṫair na h-uaire agus a ṫeirce atá leaḃair de'n t-sórd san i n-ár dteangain féin. Ag ceapaḋ an leaḃair seo dom, is é a ḃí ar aigne agam 'ná cúrsa Céimseatan agus Triantánaċta a leagaḋ amaċ a ḃeaḋ oireaṁnaċ do scoláirí Meaḋon-scol go mbeaḋ bun-eolas ar an aḋḃar san ceana aca. Is dá ċionn san a ḟágas ar lár cuid de'n obair is gnáṫ a ċur i leaḃar de'n tsórd so. An cúrsa atá ann tá sé bunaiġṫe ar an gClár nua Matamaitice a ṁol Roinn an Oideaċais roinnt blianta ó ṡoin agus ord agus eagar so-leanta air i dtreo gurḃ 'ḟusaide do scoláirí óga a ḃríġ agus a ḃunaḋas do ḃreiṫ leo. Táim féin ag leanaṁaint ord na gCleaċtaḋ mar atáid ins an leaḃar so le tamall de ḃlianta i mo ranganna féin agus táim sásta gur féidir toraḋ maiṫ a ḃaint asta. Níl le déanaṁ anois agam aċ mo ṁór-ḃuiḋeaċas a ġaḃáil leis na cáirde a ċaḃruiġ go fial liom ins an obair seo. Orṫa san atá an Ḃráṫair Oirm. Ó Cinnéide, nár ṁór leis dom a ċomairle agus a ċongnaṁ ó ṫosaċ deire, agus an Ḃráṫair Oirm. Ó Muirṫile, a léiġ agus a ċeartuiġ an láiṁsgríḃinn agus na fromṫa. Táim buiḋeaċ leis dem' sgoláirí agus dem' atsgoláirí a ṫug caḃair dom leis na fioġraċa agus i sliġṫe eile.

Agus atá mo ḃuiḋeaċas ag dul leis an Roinn Oideaċais, de ċionn cead a ṫaḃairt dom úsáid a ḋéanaṁ de ṗáipéirí Sgrúdúċáin na Meaḋon-teistiméaraċta.

Bealtaine, 1934.

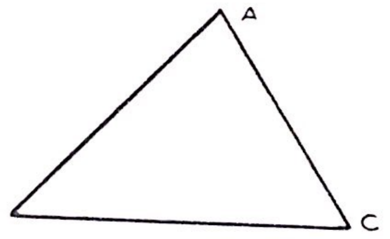
Roinn I

Línte, Uilleaċa, Triantáin, agus Ceaṫairṡleasáin.

Deintear suideaṁ nó ionad do ċinneaḋ tré ṗointe. Faid idir ḋá ṗointe is eaḋ líne.

DRONLÍNE: an ḟaid is goire idir ḋá ṗointe.

1. Tagann de sin go ḃfuil ḋá ṡlios ar biṫ de ṫriantán níos sia 'ná an treas slios.



Triantán ar biṫ is eaḋ ABC. Ḋá ṗointe is eaḋ B agus C agus BC an dronlíne a ċeangluiġeann iad, ∴ BC an ḟaid is goire eatorra, ∴ is goire í 'ná an ḟaid eile eatorra ó B go dtí A agus ó A go dtí C ∴ $BA + AC > BC$.

2. I gceaṫairṡleasán ar biṫ cruṫuiġ go ḃfuil suim trí slios níos sia 'ná an ceaṫraṁa slios.

3. I n *n*-ṡleasán ar biṫ tá suim na slios go léir aċ ceann aṁáin níos sia 'ná an ceann sin.

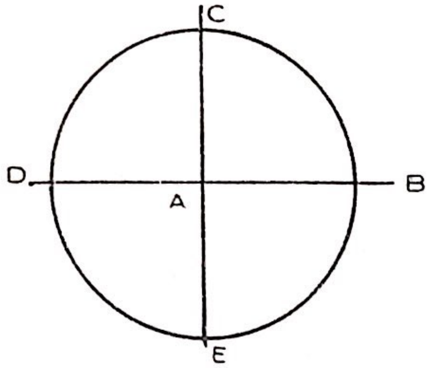
[*n*-ṡleasán—is é sin, fioġair is cuma 'dé méid slios atá aici.]

4. A ṫarraingt ar ċeist a h-aon go ḃfuil deiṫir dá ṡlios de ṫriantán ar biṫ níos giorra 'ná an treas slios.

   [$BA + AC > BC \therefore BA > BC - AC$]

5. Poinnte ar biṫ laistiġ de ṫriantán ABC is eaḋ O; cruṫuiġ go ḃfuil $OA + OB + OC$ níos sia 'ná leaṫ imlíne an triantáin.
6. Laistiġ in-ilṡleasán ar biṫ toġtar poinnte; cruṫuiġ go ḃfuil suim a ḟaideann ós na reanna níos sia 'ná leaṫ imlíne na fíoġraċ.
7. Cruṫuiġ go ḃfuil trasnán ciorcail níos sia 'ná córda ar biṫ eile ins an gciorcal sin.
8. P poinnte ar biṫ i gciorcal gurab é S a lár. Leantar PS go ngearrann an imlíne i n-A agus B ($PA > PB$). C poinnte ar biṫ ar an imlíne; cruṫuiġ $PA > PC > PB$.
9. P poinnte ar biṫ laistiġ ins an triantán ABC; cruṫuiġ (a) $AB + AC > PB + PC$; (b) $AB + BC + CA > PA + PB + PC$.
10. Cruṫuiġ go ḃfuil imlíne ceaṫairṡleasáin níos sia 'ná suim na dtrasnán.
11. Ceaṫair-ṡleasán is eaḋ ABCD. Poinnte ar biṫ P. Cruṫuiġ $PA + PB + PC + PD > AC + BD$ [Bíoḋ an poinnte (a) laistiġ (b) lasmuiġ, de'n ḃfioġair].
12. As ceist a haon-déag, tarraing réiḋteaċ na ceiste seo leanas: Faiġ poinnte iostreo go mbeiḋ suim a ḟaideann ó ċeiṫre poinnte eile ar an méid is luġa.
13. Cruṫuiġ go ḃfuil trasnán ceairnóige níos giorra 'ná dá oiread sleasa amáin dí.
14. Cruṫuiġ go ḃfuil slios de ṫriantán ar biṫ níos giorra 'ná leaṫ a imlíne.
15. An mó triantán is féidir a ṫarraingt i n-a ḃfuil dá ṡlios 3″ agus 5″ agus slán-uimir d'órlaiġe san slios eile?
16. Triantán is eaḋ PQR agus poinnte ar biṫ san slios QR is eaḋ S, cruṫuiġ go ḃfuil PS níos giorra 'ná leaṫ imlíne an triantáin.

UILLE: Casaḋ dron-líne timċeall ar ṗoinnte. Nuair a castar líne ṫimċeall ar ṗoinnte go dtagann sí ċun a céad ionaid arís, tá sí tar éis LÁN-ĊASAḊ a ḋéanaṁ.



Má castar an líne AB ar tuaṫal timċeall ar A is léir go ndeineann sí ceiṫre casaiḋ ċudroma 'san lán-ċasaḋ san; mar atá, ó B go dtí C, ó C go dtí D, ó D go dtí E agus ó E go dtí B. Gaċ ceann des na casaiḋ seo tugtar DRON-UILLE air, agus nuair a ḋeineann an líne lán-ċasaḋ tá sí tar éis casaḋ tré CEIṪRE DRON-UILLEAĊA.

GÉAR-UILLE: Uille níos luġa 'ná dron-uille.

MAOL-UILLE: Uille níos mó 'ná dron-uille.

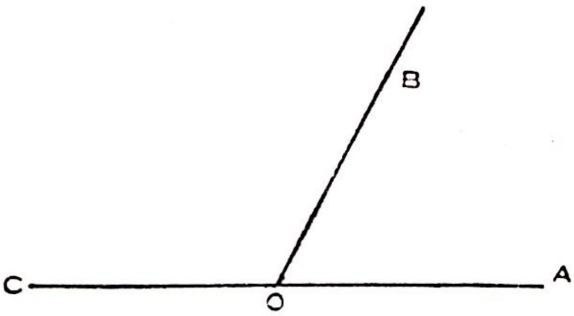
UILLE-AISḞILLTE: Uille níos mó 'ná ḋá ḋron-uillinn.

Nóta: Is coitċianta go gcastar an líne i dtreo contrárḋa le treo ṡnaṫaiḋ an ċluig, nó mar a deir-tear, i gcoinne an ċluig, agus go dtomaistear an líne ó ċlé deiseal.

Tagann de sin nuair a ṫagann líne ar ais tar éis ċasaḋ tré uilleaċa áiriṫe go dtí an t-ionad céadna arís do'n ċéad uair, go bḟuil suim na n-uilleann sin cudrom le ceiṫre dronuilleaċa. Agus fós, má ċastar líne tré uilleaċa áiriṫe go luiġeann sí i dtreo contrárḋa, go ndeineann sí leaṫ lán-ċasaiḋ; sé sin go bḟuil suim na n-uilleann sin cudrom le ḋá ḋronuillinn (nó uilleḋíreaċ mar a tugtar uirṫi uaireannta).

TAIRISGINT 1.

Má ṫeangṁuiġeann dronlíne le dronlíne eile beiḋ suim na n-uilleann gcoṁgaraċ cudrom le dá ḋronuillinn.



Cruṫú: Cas OA tré $\angle AOB$ agus beiḋ sé sa treo OB
Cas OB tré $\angle BOC$ agus beiḋ sé sa treo OC
sé sin treo contrárḋa le OA.
$\therefore \quad \angle AOB + \angle BOC = 2$ ḋronuillinn.

Uilleaċa Foirlíonta: uilleaċa go ḃfuil a suim cudrom le dá ḋronuillinn. Sí $\angle AOB$ foirlíon $\angle BOC$.

1. Má's féidir $\angle AOB$ agus $\angle BOC$ do ċoṁroinnt le línte OD agus OE, cruṫuiġ $\angle EOD$ i n-a dron-uillinn.

   Uilleaċa Allronnaċa: uilleaċa go ḃfuil a suim cudrom le dronuillinn. Sí $\angle BOD$ allroinn $\angle BOE$ sa ċeist seo.

2. Teangṁuiġeann dá dron-líne le n-a ċéile agus na h-uilleaċa coṁgaraċa a ḃeiṫ cudrom cad is luaċ do gaċ uillinn díoḃ?

   Deirtear go ḃfuil na línte seo ingearaċ le ċéile.

3. Gearrann dá dronlíne AB agus CD a ċéile ag O, cruṫuiġ (1) $\angle AOC = \angle BOD$ (2) $\angle BOC = \angle AOD$.

   Nuair a ġearrann dá dronlíne a ċéile mar seo stuaic-uilleaċa ar aġaiḋ a ċéile is eaḋ $\angle AOC$ agus $\angle BOD$. Mar an gcéadna stuaic-uilleaċa ar aġaiḋ a ċéile is eaḋ $\angle BOC$ agus $\angle AOD$.

4. Cruṫuiġ go bfuil coṁroinnteoirí stuaic-uilleann atá ar aġaiḋ a ċéile có-líneaċ, sé sin i n-aon líne aṁáin.

5. I gceirt a 3, má ċóṁroinneann OE an uille AOD agus má bíonn OF ingearaċ le OE, cruṫuiġ go bfuil ∠BOD coṁroinnte ag OF.

6. Má leantar coṁroinnteoir uilleann aṁáin de stuaic-uilleaċa atá ar aġaiḋ a ċéile, cruṫuiġ go gcoṁroinneann sé an uille eile.

7. Ó ṗoinnte ar biṫ O ar líne AB tarraingiġtear OP agus OQ ar malairt taoḃ de'n líne i gcaoi go mbeiḋ an uille BOP cuḋrom leis an uillinn AOQ, cruṫuiġ go bfuil OP agus OQ có-líneaċ.

8. Poinnte ar biṫ i nḋronlíne AB is eaḋ O, Tarraing-iġtear OQ agus OP ar an dtaoḃ ċéadna de'n líne AB i gcaoi go bfuil an uille BOQ cuḋrom le 60° agus an uille BOP cuḋrom le 113°. Leantar QO agus PO. Faiġ luaċ na n-uilleann go léir ṫimċeall ar O.

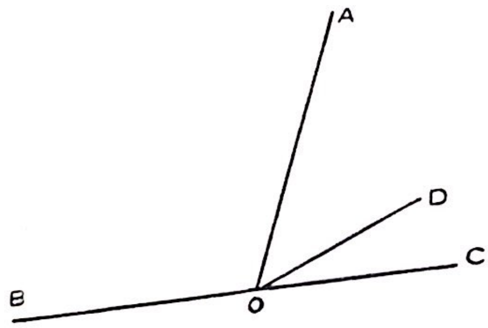
9. Cad is foirlíon 45°, 132°, trian de ḋronuillinn, $\frac{1}{3}$ de ḋá ḋronuillinn?

Cad is allroinn 30°, 75°, leaṫ de ḋronuillinn, trian de ḋá ḋronuillinn?

Aisiompó Tairisginte: Má deintear malartú idir an rud atá ar eolas agus an rud atá le cruṫú i n-aon tairisgint, ġeibtear aisiompó na tairisginte sin. Tabair fé'n ndeara in sna ceisteanna seo ṫuas gurab é 5 aisiompó 1 agus ceist a 6 aisiompó 4. Is so-ḟeicse ná fuil gaċ aisiompó fíor, c. g. cé gur dron-uilleóg gaċ cearnóg, ní cearnóg gaċ dronuilleóg. Dá bríġ sin ní foláir gaċ aisiompó do ċruṫú.

TAIRISGINT 2.

Má ṫeangṁuiġeann dronlíne le dá ḋronlíne eile i dtreo go ḃfuil suim na n-uilleann gcoṁgaraċ cudrom le dá ḋronuillinn beiḋ an dá líne eile sin in-aon líne aṁáin.



Tá AO ag teangṁáil le OB agus OC i dtreo go ḃfuil $\angle BOA + \angle COA =$ dá ḋronuillinn cruṫuiġ go ḃfuil BO agus OC có-líneaċ.

CRUṪÚ: Muna ḃfuil BO agus OC có-líneaċ, cuir i gcás go ḃfuil BO agus OD có-líneaċ.

$\therefore \angle BOA + \angle AOD =$ dá ḋronuillinn

aċ $\angle BOA + \angle AOC =$ dá ḋronuillinn

$\therefore \angle AOC = \angle AOD$

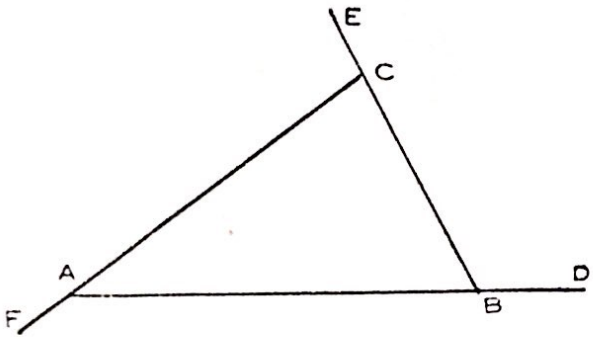
Rud naċ féidir ḃeiṫ aṁlaiḋ muna luiġeann OD ar OC.

$\therefore$ ní féidir d'aon rud eile ḃeiṫ fíor aċ an rud a ḃí le cruṫú: sé sin go ḃfuil BO agus OC có-líneaċ.

Nóta: Cruṫú neaṁ-ḋíreaċ a tugtar ar a leiṫéid seo de ċruṫú. Cruṫú is eaḋ é i n-a gcruṫuiġtear naċ féidir d'aon rud eile ḃeiṫ fíor aċ an rud atá le cruṫú.

TAIRISGINT 3.

Tá ruim na n-uilleann seaċtaraċ de ṫriantán ar biṫ cudrom le ceiṫre dronuilleaċa.



Cruṫú : Cas BD tré ∠DBC agus beiḋ sé sa treo BE
Cas BE tré ∠ECA agus beiḋ sé sa treo CF
Cas CF tré ∠FAB agus beiḋ sé sa treo AD
Is é sin sa treo céadna arís i n-a raiḃ sé i dtosaċ

∴ Ní foláir nó dein sé lán-ċasaḋ.

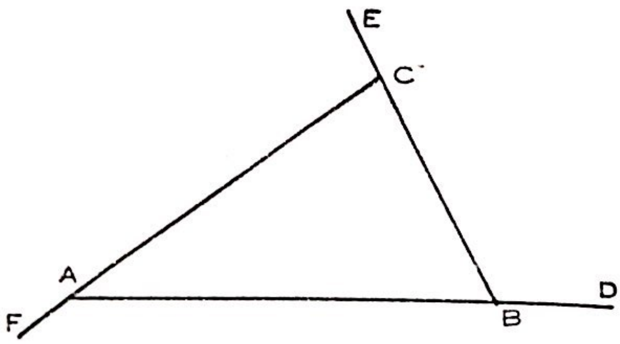
∴ Ċas sé tré ceiṫre dronuilleaċa.

$\therefore \angle DBC + \angle ECA + \angle FAB = 4$ dronuilleaċa.

1. An rud céadna do ċruṫú i gcás (1) ceaṫairṡleasáin (2) cúigṡleasáin (3) ilṡleasáin ar biṫ.
2. 135° agus 120° dá uillinn ṡeaċtaraċa de ṫriantán faiġ luaċ na treas uilleann agus faiġ uilleaċa an triantáin.
3. Má tá na h-uilleaċa seaċtaraċa go léir (a) i gcúigṡleasán (b) i ndeiċṡleasán, cudrom le ċéile, an mó céim atá ins gaċ ceann díoḃ ?
4. Má tá ruim dá uillinn ṡeaċtaraċa de ċeaṫairṡleasán cudrom le dá dronuillinn, cruṫuiġ go bḟuil ruim an dá ċeann eile cudrom le dá dronuillinn leis; agus go bḟuil uille ṡeaċtaraċ ar biṫ cudrom leis an uillinn inṁeadonaiġ ar a h-aġaiḋ.

TAIRISGINT 4.

Tá suim na n-uilleann i dtriantán cudrom le dá ḋronuillinn.



Cruṫú: $\angle DBC + \angle CBA = 2$ ḋronuillinn

$\angle ECA + \angle ACB = 2$ ḋronuillinn

$\angle CAB + \angle BAF = 2$ ḋronuillinn

∴ Tá suim na n-uilleann seaċtaraċ agus suim na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ cudrom le sé dronuilleaċa; aċ tá suim na n-uilleann seaċtaraċ cudrom le ceiṫre dronuilleaċa,

∴ Suim na n-uilleann i dtriantán
= dá ḋronuillinn.

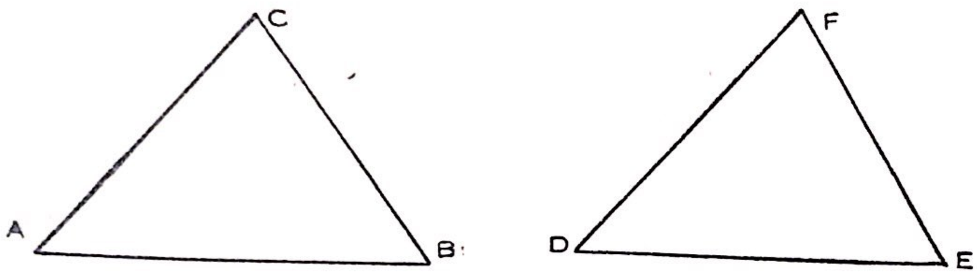
1. Uaiḋ sin cruṫuiġ go ḃfuil uille seaċtaraċ de ṫriantán cudrom le suim na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ ar a h-aġaiḋ.
2. As san tarraing go ḃfuil uille seaċtaraċ de ṫriantán níos mó 'ná ceaċtar des na h-uilleaċa inṁeaḋonaċa ar a h-aġaiḋ.
3. Poinnte ar biṫ laistiġ de ṫriantán ABC is eaḋ P cruṫuiġ $\angle BPC$ níos mó 'ná $\angle BAC$.
4. Faiġ méid gaċ uilleann ins na fíoġraċa so leanas: (1) cúiġsleasán riarṫa (2) 15-sleasán riarṫa (3) n-sleasán riarṫa.

[ILṠLEASÁN RIARṪA: ceann atá comuilleannaċ agus comsleasaċ.]

COṀIONANAS TRIANTÁN.

TAIRISGINT 5.

Is coṁionann dá ṫriantán má bíonn dá ṡlios i gceann aca agus an uille eatorra cudrom le dá ṡlios san gceann eile agus an uille eatorra san.



Dá ṫriantán ABC agus DEF i n-a bḟuil $AB = DE$, $BC = EF$ agus $\angle ABC = \angle DEF$. Le cruṫú go bḟuil $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$.

Cruṫú : Cuir A ar D agus AB ar DE,

tuitfiḋ B ar E $\because$ $AB = DE$

tuitfiḋ BC ar EF $\because$ $\angle ABC = \angle DEF$

tuitfiḋ C ar F $\because$ $BC = EF$

$\therefore$ coṁṫuitfiḋ an dá ṫriantán ar a céile.

$\therefore$ Is coṁionann iad

[Sgríobtar $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$.]

1. Triantán ABC i n-a bḟuil $AB = AC$ agus AD coṁroinnteoir $\angle BAC$, cruṫuiġ go bḟuil $\angle ABC = \angle ACB$.

   Sé sin : i dtriantán coṁċosaċ tá na h-uilleaċa ar aġaiḋ na slios gcudrom amaċ cudrom le céile.

   Nóta : 'San triantán ABC is féidir an coṁroinnteoir sin d'ḟaġáil aċ an triantán d'ḟilleaḋ ar A i gcaoi go dtuitfiḋ B ar C. An fiṫín a ḟágtar sa ṗáipéar, sin AD.

2. Tarraing as ceist 1 go bḟuil gaċ triantán coṁsleasaċ coṁuilleannaċ.

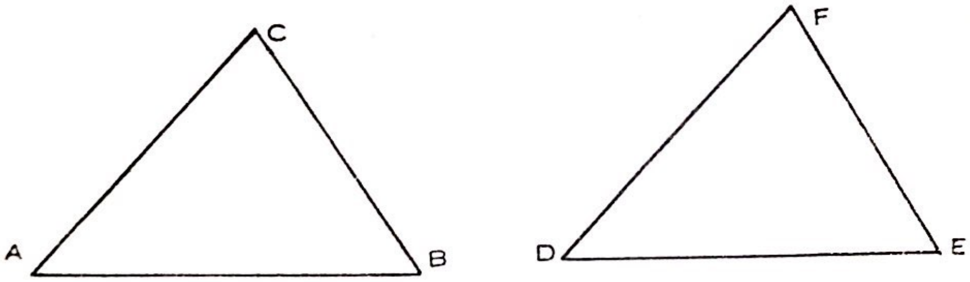
3. Triantán ar biṫ is eaḋ ABC. D lár-ṗointe BC. Leantar AD go dtí E i gcaoi go ḃfuil DE = DA. Cruṫuiġ BE = AC.
[Meaḋonlíne an triantáin ABC a tugtar ar AD].

4. Má tugtar duit triantán ABC, cad iad na tuirí nár ṁór a ḋéanaṁ ċun ceann eile a ṫógáil, i gcaoi gur coṁionann iad.

5. Cruṫuiġ go ndeineann coṁroinnteoir stuaic-uilleann ṫriantáin ċoṁċosaiġ, an bonn do ċoṁroinnt go h-ingearaċ..

TAIRISGINT 6.

Ḋá ṫriantán i n-a ḃfuil ḋá uillinn agus slios i gceann aca cudrom le ḋá uillinn agus coṁ-ḟlios san gceann eile, is coṁionann iad.



San dá ṫriantán ABC agus DEF, tá AB = DE, $\angle A = \angle D$ agus $\angle B = \angle E$, cruṫuiġ go ḃfuil $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$.

Cruṫú : Cuir A ar D agus AB ar DE
tuitfiḋ B ar E $\because$ AB = DE
tuitfiḋ AC ar DF $\because \angle A = \angle D$ $\therefore$ tuitfiḋ C ar DF
tuitfiḋ BC ar EF $\because \angle B = \angle E$ $\therefore$ tuitfiḋ C ar EF
$\therefore$ tuitfiḋ C ar ṗointe cumair DF agus EF, 'sé sin ar F
$\therefore$ coṁṫuitfiḋ an dá ṫriantán ar a ċéile
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$.

1. Má tá coṁroinnteoir uilleann ar biṫ de ṫriantán ingearaċ leis an slios ar a h-aġaiḋ, cruṫuiġ gur triantán coṁċosaċ é.

2. Ceaṫairḟleasán is eaḋ ABCD. Tá $\angle ADB = \angle CBD$ agus $\angle CDB = \angle ABD$ cruṫuiġ (1) $AB = CD$ (2) $AD = BC$.

3. Dá ṫriantán dronuilleannaċa i n-a ḃfuil na taoḃagáin ar aon ḟaid agus géaruille i gceann aca coṁ mór le géaruillinn sa ċeann eile, cruṫuiġ gur coṁionann iad.

4. Triantán i n-a ḃfuil dá uillinn cudrom le ċéile cruṫuiġ go ḃfuil na sleasa ar a n-aġaiḋ amaċ cudrom.

5. Triantán coṁuilleannaċ cruṫuiġ go ḃfuil sé coṁsleasaċ.

Aiṫ Ċleaċtaḋ.

1. Faiġ suim na n-uilleann i gceaṫairḟleasán ; i gcúigḟleasán.

2. Cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-uilleann i n-ḟleasán cudrom le $(2n - 4)$ dronuilleaċa.

3. Teasbáin naċ féidir níos mó 'ná (1) dronuille aṁáin (2) maoluille aṁáin ḃeiṫ i dtriantán ar biṫ.

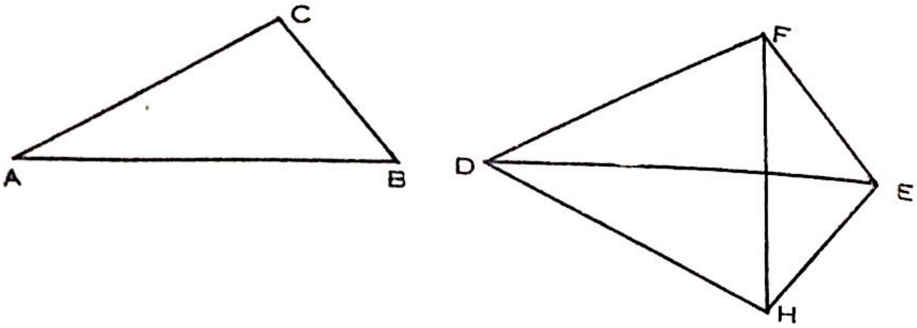
   As san sgríoḃ síos cad a tuigtear le (a) triantán maoluilleannaċ (b) triantán dronuilleannaċ (c) triantán géaruilleannaċ.

4. Uille d'ilḟleasán riarṫa (1) 135° (2) $157\frac{1}{2}$°, an mó slios atá ann?

5. Teasbáin naċ féidir d'uillinn i n-aon ilḟleasán riarṫa ḃeiṫ níos luġa 'ná 60°.

Tairisgint 7.

Is coṁionann dá ṫriantán má bíonn trí sleasa i gceann aca cudrom le trí sleasa san ċeann eile leiṫ ar leiṫ.



San dá ṫriantán ABC agus DEF tá AB = DE, BC = EF agus CA = FD, le cruṫú gur coṁionann iad.

Tógáil: Cuir A ar D agus AB ar DE
Tuitfiḋ B ar E ∵ AB = DE. Leis do'n △ABC tuitim 'san ionad DEH. Ceangail FH.

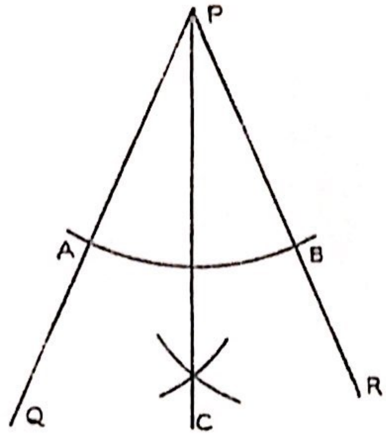
Cruṫú: DF = DH ∴ ∠DFH = ∠DHF
EF = EH ∴ ∠EFH = ∠EHF
∴ ∠DFE = ∠DHE
∴ ∠DFE = ∠ACB

Ins an dá ṫriantán ABC agus DFE
AC = DF
CB = FE
∠ACB = ∠DFE
∴ △ABC ≡ △DEF

1. I dtriantán coṁċosaċ cruṫuiġ go ḃfuil an meaḋon-líne ingearaċ leis an mbonn agus go gcoṁroinnfiḋ sé an stuaic-uille.

2. Tá dá ṫriantán coṁċosaċa ar malairt taoḃ de'n ḃonn céadna. Ceangluiġtear an dá stuaic. Cruṫuiġ go gcoṁroinneann an líne sin an dá stuaicuillinn.

Nóta ar ċeist a 2: Ar an gceist seo is féidir caoi do ċeapaḋ ċun uille do ċomroinnt le compás.

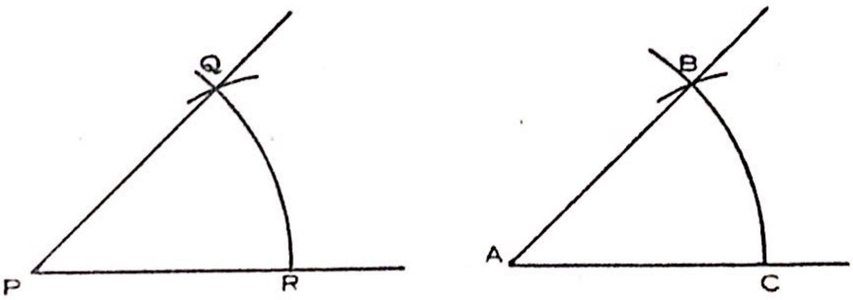


Is í $\angle QPR$ an uille atá le comroinnt.

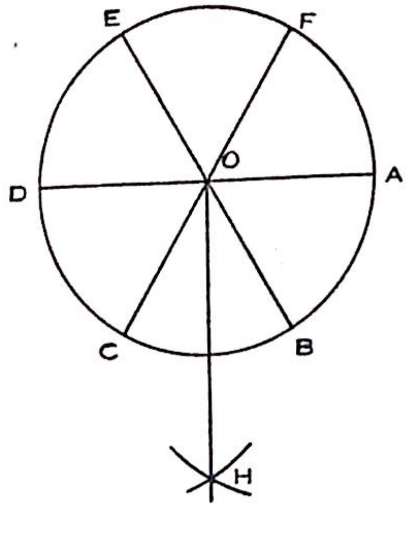
Tógáil: Tóg P mar lár agus le ga ar biṫ tarraing stuaḋ a ġearrann na géaga PQ agus PR in A agus B fá seaċ. Tóg A agus B mar láir agus le ga ar biṫ tarraing dá stuaḋ a ġearrann a ċéile in C. Ceangail P de C.

An cruṫú mar atá i gceist a 2.

3.

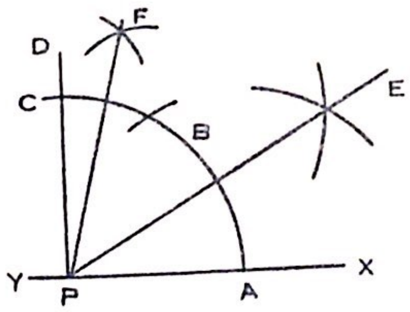


Tugtar an uille QPR. Tóg P mar lár agus le ga ar biṫ tarraing stuaḋ QR. Tóg líne ar biṫ AC agus le A mar lár agus an ga céadna tarraing stuaḋ eile. Leis an gcompás gearr $CB = RQ$. Ceangail AB. Cruṫuiġ $\angle RPQ = \angle CAB$.



Nóta: Má tógtar ciorcal ar biṫ agus poinnte ar biṫ A ar an imline, is féidir an ga do ṁarcáil timċeall ar an imline sé uaire. Má ceangluiġtear gaċ ceann des na poinnti sin A, B, C, D, E agus F de'n lár O, déanfaiḋ na línte ceangail sé ranna cuḋroma des na 4 dronuilleaċa ag O. ∴ beiḋ gaċ ceann díoḃ = 60°. Má ċoṁroinneann OH ∠BOC beiḋ ∠AOH i n-a dronuillinn.

4. Ingear do ṫarraingt le dron-líne ó ṗoinnte ins an líne.



Is é XY an líne agus P an poinnte.

Tógáil: Tóg P mar lár agus le faid ar biṫ mar ġa, tarraing stuaḋ ciorcail ABC. Tóg A mar lár agus an ga céadna agus tarraing stuaḋ a ġearrfaiḋ an ċéad ċeann in B; tóg B mar lár agus an ga céadna agus tarraing stuaḋ eile a ġearrfaiḋ in C é. Tóg B agus C i ndiaiḋ a ċéile mar lár agus an ga céadna agus tarraing dá stuaḋ a ġearrfaiḋ a ċéile in D. Ceangail DP.

5. Ó ṗointe lasmuiġ de líne tarraing ingear leis.

6. Ceap moḋ ċun mír-líne do ċoṁroinnt.

7. 'San ḃfíoġair i n-uiṁir a 4, coṁroinn $\angle APB$ le PE; cad is luaċ do $\angle APE$? Coṁroinn $\angle BPD$ le PF; cad is luaċ do $\angle APF$? Déan uilleaċa 15°, $7\frac{1}{2}^\circ$, 45°, 75°, 105°, $57\frac{1}{2}^\circ$ gan agat ċuige aċ riaġail agus compás.

8. Ceangluiġtear lár-ṗointe córda ciorcail de lár an ċiorcail, cruṫuiġ go ḃfuil an líne ceangail ingearaċ leis an gcórda.

9. Má tarraingiġtear ingear ó lár ciorcail go dtí an córda, cruṫuiġ go gcoṁroinneann sé an córda

10. An líne atá ingearaċ le córda ciorcail tré n-a lár téiġeann sí tré lár an ċiorcail.

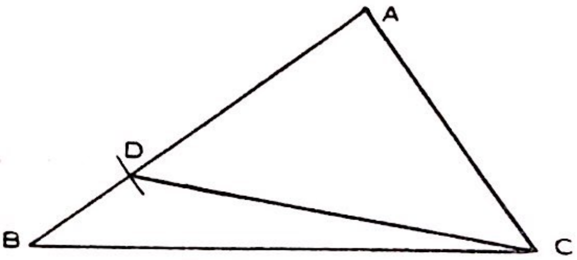
[Cruṫú neaṁdíreaċ: Abair ná fuil an lár ar an líne ⁊rl.]

11. Taisbeáin conus ciorcal do ċur timċeall ar ṫriantán.

12. Taisbeáin gur féidir ciorcal do ċur tré aon trí pointe ná fuil có-líneaċ agus naċ féidir nuair atá siad có-líneaċ.

Tairisgint 8.

I dtriantán ar biṫ tá an uille is mó ar aġaiḋ an tsleasa is sia agus tá a aisiompó san fíor.



'San triantán ABC tá AB $>$ AC cruṫuiġ $\angle ACB > \angle ABC$.

Tógáil: Ó'n slios AB gearr AD $=$ AC. Ceangail CD.

Cruṫú: Luiġeann DC idir AC agus BC

$$\therefore \angle ACB > \angle ACD$$

aċ $\angle ACD = \angle ADC \because AC = AD$

agus $\angle ADC > \angle ABC$

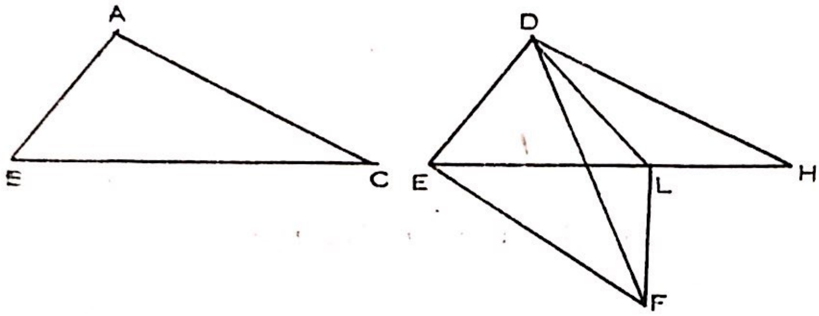
$$\therefore \angle ACB > \angle ABC.$$

Cruṫuiġtear a aisiompó ar an moḋ neaṁ-ḋíreaċ.

1. I dtriantán dronuilleannaċ is é an taoḃagán an slios is sia.
2. Is é an t-ingear an fad is giorra idir pointe agus dronlíne, agus ní féidir níos mó ná dá ḋronlíne ar aon ḟad do ṫarraingt ó ṗointe go dtí dronlíne.
3. An líne a ċeangluiġeann stuaic triantáin coṁċosaiġ de ṗointe san ḃonn tá sé níos giorra ná ceaċtar des na sleasa cudroma. Sgríoḃ agus cruṫuiġ an teoragán a ḃeaḋ ann, dá mbéaḋ an pointe 'san ḃonn ar a leanaṁaint.
4. I gceaṫair-ṡleasán abair go ḃfuil an slios is giorra agus an slios is sia ar aġaiḋ a ċéile; cruṫuiġ go ḃfuil ceaċtar des na h-uilleaċa coṁgaraċ do'n sliós is goire níos mó 'ná an uille ar a h-aġaiḋ.

TAIRISGINT 9.

Ḋá ṫriantán i n-a ḃfuil ḋá ṡlios i gceann aca cudrom le ḋá ṡlios san gceann eile, leiṫ ar leiṫ, agus an uille idir peiḋre des na sleasa san níos mó 'ná an uille idir an peiḋre eile, beiḋ an treas slios de'n ċéad triantán níos sia 'ná an treas slios de'n tarna triantán.



Ins an dá ṫriantán ABC agus DEF tá $AB = DE$, $AC = DF$ agus $\angle BAC > \angle EDF$, cruṫuiġ go ḃfuil $BC > EF$.

Tógáil : Cuir B ar E agus BA ar ED. Tuitfiḋ A ar D $\because BA = ED$.

Tuitfiḋ AC lasmuiġ de DF $\because \angle BAC > \angle EDF$.

Tuitfiḋ an triantán BAC in-áit EDH. Coṁroinn $\angle FDH$ le DL go dteangṁuiġeann le EH in L. Ceangail LF.

Cruṫú : Ins an 2 $\triangle$HDL agus FDL

$$DH = DF$$
$$DL = DL$$
$$\angle FDL = \angle HDL$$
$$\therefore HL = LF$$
$$EL + LF > EF$$
$$\therefore EL + HL > EF$$
$$\therefore \quad EH > EF$$
$$\therefore \quad BC > EF$$

1. A aisiompó sin do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú.
(Cruṫú neaṁḋíreaċ).

2. I gceaṫairsleasán ABCD tá $AB = CD$ aċ $\angle ABC \neq \angle BCD$ cruṫuiġ $AC \neq BD$.

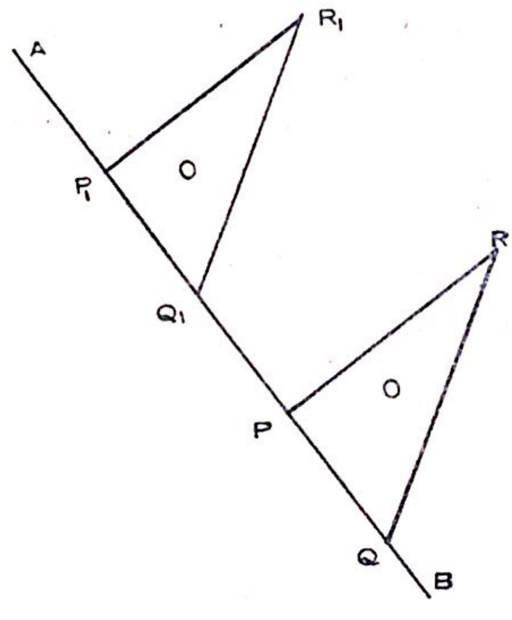
3. P poinnte ar biṫ lasmuiġ de ċiorcal gurab é S a lár. Leantar PS go dteagṁuiġeann leis an imline in A agus B (Tá B idir P agus S.) Cruṫuiġ gurb í PSA an líne is sia gur féidir a ṫarraingt ó P go dtí an imline agus gurb í PB an líne is goire.

4. Ceist a 2 nuair atá P laistiġ de'n ċiorcal.

COṀṪREORṀARAĊT.

Dronlínte atá san ċoṫromán céadna béiḋ coṁṫreormar má ḃíonn siad ar sínead sa treo ċéadna.

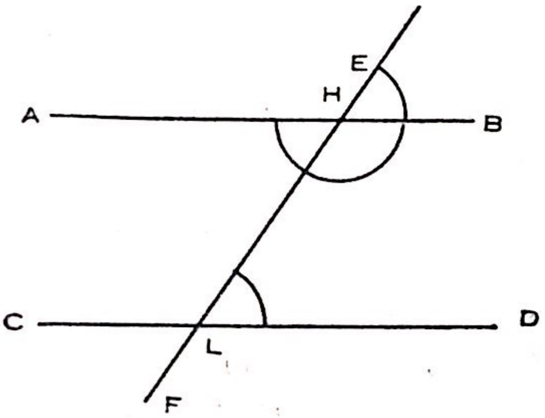
'Sí an tsliġe is simpliḋe ċun línte coṁṫreormara do ṫarraingt ná bacairt do sleaṁnuġaḋ fan riaġail.



Abair gurab í AB an riaġail. Cuir an ḃacairt PQR na coinniḃ agus tarraing an líne QR. Sleaṁnuiġ fan AB í go dtí ionad nua $P_1Q_1R_1$ agus tarraing an líne Q_1R_1. Annsan béiḋ $QR \parallel Q_1R_1$.

TAIRISGINT 10.

Má bíonn ḋá líne coṁṫreoṁara ann agus líne 'ġá ngearraḋ beiḋ (1) an uille ḟeaċtaraċ cudrom leis an uillinn inṁeaḋonaiġ ara h-aġaiḋ ar an dtaoḃ céadna de'n líne (2) na h-uille aċa umṫanaċa cudrom (3) suim na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ ar an dtaoḃ céadna de'n trearnaċán cudrom le ḋá ḋronuillinn.



Tá AB coṁṫreoṁar le CD agus EHLF an trearnaċán.

Cruṫú : (1) Cas HE tré $\angle EHB$ agus beiḋ sé sa treo HB.

Cas EL tré $\angle HLD$ agus beiḋ sé sa treo LD.

Aċ tá HB agus LD san treo céadna.

$\therefore$ Ní foláir nó ċas an trearnaċán tré uilleaċa cudroma.

$$\therefore \angle EHB = \angle HLD$$

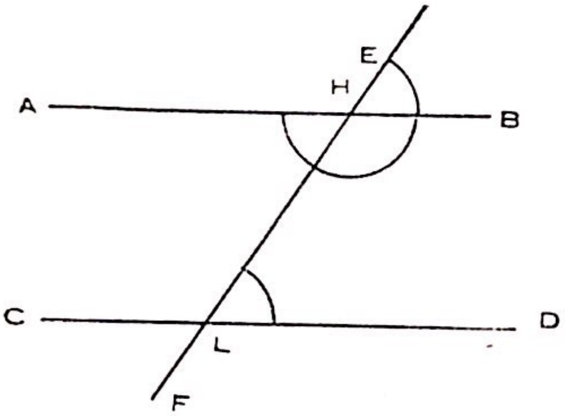
(2). $$\angle EHB = \angle AHL$$
$$\therefore \angle AHL = \angle HLD$$

(3). $\angle EHB + \angle BHL =$ ḋá ḋronuillinn

$\therefore \angle HLD + \angle BHL =$ ḋá ḋronuillinn

TAIRISGINT 11.

Má ġearann líne dá líne eile i sliġe go bfuil (1) an uille ḟeaċtaraċ cudrom leis an uillinn inṁeaḋonaiġ ar a h-aġaiḋ ar an dtaoḃ ċéadna de'n treasnaċán, nó (2) na h-uilleaċa umṫanaċa cudrom, nó (3) suim na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ ar an dtaoḃ ċéadna de'n treasnaċán cudrom le dá ḋronuillinn, beiḋ an dá líne sin comṫreorṁar.



Tá (1) $\angle EHB = \angle HLD$ (2) $\angle AHL = \angle HLD$

(3) $\angle BHL + \angle HLD = 2$ ḋronuillinn.

Cruṫú: (1) Cas EH tré $\angle EHB$ agus beiḋ sé sa treo HB.

Cas EL tré $\angle HLD$ agus beiḋ sé sa treo LD.

Aċ ċas sé tré uilleaċa cudroma $\therefore$ ní foláir nó tá HB agus LD ar síneaḋ sa treo ċéadna.

$\therefore \quad AB \parallel CD$

(2). $\angle AHL = \angle EHB$

$\therefore \quad \angle EHB = \angle HLD$

$\therefore \quad AB \parallel CD$

(3). $\angle EHB + \angle BHL = 2$ ḋronuillinn

aċ $\angle HLD + \angle BHL = 2$ ḋronuillinn

$\therefore \quad \angle EHB = \angle HLD$

$\therefore \quad AB \parallel CD$

COṀṪREORṀARÁN: Ceaṫairṡleasán i n-a ḃfuil na sleasa ar aġaiḋ a ċéile coṁṫreorṁar.

Ceiṫre tréiṫe coṁṫreorṁarán:

(1) Tá na sleasa ar aġaiḋ a ċéile cuḋrom.

(2) Tá na h-uilleaċa ar aġaiḋ a ċéile cuḋrom.

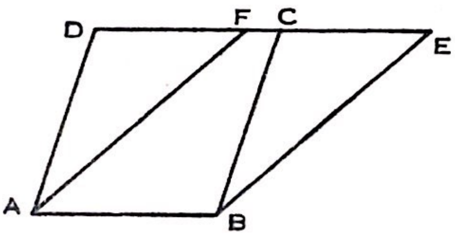
(3) Coṁroinneann na trasnáin a ċéile.

(4) Coṁroinneann gaċ trasnán an fíoġair.

Fágtar a gcruṫú san fé'n scoláire mar níl ionnta aċ cleaċtaḋ ar ċoṁionannas ḋá ṫriantán.

TAIRISGINT 12.

Ḋá ċoṁṫreorṁarán ar an mbonn ċéadna agus idir na línte coṁṫreorṁara céadna is coṁḟairsinge ḋóiḃ.



Is iad ABCD agus ABEF ḋá ċoṁṫreorṁarán ar an mbonn céadna AB, agus idir na línte coṁṫreorṁara AB agus DE.

Cruṫú: Ins an 2 $\triangle$ADF agus BCE.

$$AD = BC$$
$$\angle ADF = \angle BCE$$
$$\angle AFD = \angle BEC$$
$$\therefore \triangle ADF \equiv \triangle BCE$$

Ó'n ḃfíoġair iomláin tóg an $\triangle$BCE agus fágtar an coṁṫreorṁarán ABCD

Ó'n ḃfíoġair iomláin tóg an $\triangle$ADF agus fágtar an coṁṫreorṁarán ABEF

$\therefore$ Is coṁḟairsinge do'n ḋá ċoṁṫreorṁarán.

DRONUILLEÓG : ceaṫairṡleasán dronuilleannaċ.

CAMAĊEARN : ceaṫairṡleasán comṡleasaċ aċ gan é ḃeiṫ dronuilleannaċ.

CEARĊOSÓG : ceaṫairṡleasán i n-a ḃfuil dá ṡlios ar aġaiḋ a ċéile comṫreomṁar, agus gan an dá ṡlios eile a ḃeiṫ comṫreomṁar.

Má's dronuilleóg ceann des na comṫreomṁaráin i dTairisgint 12, beiḋ fairsinge an ċomṫreomṁaráin cudrom le fairsinge na dronuilleóige.

∴ tá fairsinge comṫreomṁaráin = an bonn × an aoirde ingearaċ.

1. Ḋá ċomṫreomṁarán ar ḃuinn ċudroma agus idir na línte comṫreomṁara céadna is comḟairsinge dóiḃ.

   [Tá an aoirde ingearaċ céadna aca araon.]

2. Tá fairsinge triantáin cudrom le leaṫ toraḋ faid a ḃuinn fé n-a aoirde ingearaċ.

   [Déan comṫreomṁarán de agus cuir dronuilleóg de'n aoirde ċéadna ar an mbonn ċéadna.]

3. Ḋá ṫriantán ar an mbonn ċéadna agus idir na línte comṫreomṁara céadna is comḟairsinge dóiḃ.

   [Tá an aoirde ċéadna aca.]

4. Ḋá ṫriantán ar ḃuinn ċudroma agus idir na línte comṫreomṁara céadna, is comḟairsinge dóiḃ.

5. Comṫreomṁarán agus triantán ar an mbonn ċéadna agus idir na línte comṫreomṁara céadna tá fairsinge an triantáin cudrom le leaṫ fairsinge an ċomṫreomṁaráin.

6. Aisiompaite a 3 agus a 4 do sgríoḃaḋ síos agus do ċruṫú.

   [Cruṫú neamḋíreaċ ins gaċ cás.]

7. Triantán ar biṫ is eaḋ ABC. Is iad D agus E lár-ṗoinnti AB agus AC fá seaċ. Cruṫuiġ go ḃfuil DE coṁṫreoṁar le BC.

[$\triangle BEC = \frac{1}{2} \triangle ABC$, $\triangle BDC = \frac{1}{2} \triangle ABC$ $\therefore$ $\triangle BEC = \triangle BDC$ agus táid ar an mbonn ċéadna $\therefore$ etc.]

8. I dtriantán ar biṫ má tarraingiġtear líne tré lár-ṗoinnte sleasa aṁáin coṁṫreoṁar le slios eile coṁroinneann sé an treas slios.

9. I n-uiṁir a 7 cruṫuiġ go ḃfuil DE = leaṫ BC.

10. Is coṁionann na ceiṫre triantáin a ġeiḃtear de ḃarr lár-ṗoinnti sleasa triantáin do ċeangailt.

11. Cruṫuiġ go luiġeann lár-ṗoinnti córdaí coṁ-ṫreoṁara i gciorcal ar ḋronlíne aṁáin.

12. Cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-ingear ó ṗoinnte ar biṫ i mbonn triantáin coṁċosaiġ cuḋrom leis an ingear ó ḟoirceann aṁáin an ḃuinn ar ċeann des na sleasa ar a aġaiḋ amaċ.

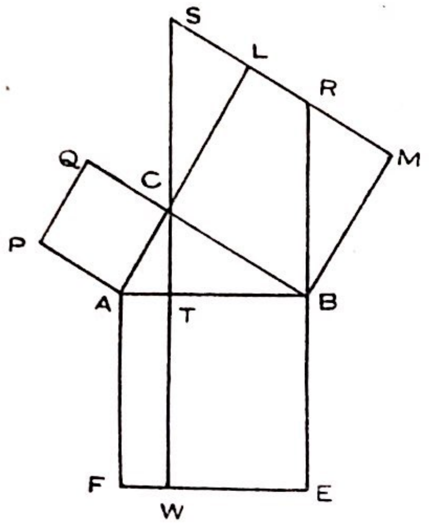
[Ceangail an poinnte de stuaic an $\triangle$ agus beiḋ suim an dá $\triangle$ cuḋrom leis an dtriantán iomlán, agus fairsinge $\triangle = \frac{1}{2}$ bonn $\times$ aoirde.]

13. Ceist a 12 do sgrúduġaḋ má tá an poinnte ar an mbonn ar a leanaṁaint.

14. Cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-ingear ó ṗoinnte laistiġ de ṫriantán coṁsleasaċ ar na sleasa, tairisṁeaċ.

TAIRISGINT 13.

I dtriantán dronuilleannaċ tá an ċearnóg ar an dtaoḃagán cudrom le suim na gcearnóg ar an dá ḟlios eile.



Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil $\angle C$ i n-a dronuillinn, cruṫuiġ $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Tógáil : Tarraing $CTW \perp FE$. Lean EB go dteang-ṁuiġeann le LM in R. Lean WC go dteang-ṁuiġeann le ML ar a leanaṁaint in S.

Cruṫú : $\angle CBM = \angle ABR$ $\because$ dronuille

$\therefore \angle MBR = \angle CBA$ [gaċ ceann

Ins an dá $\triangle MBR$ agus ABC

$\angle MBR = \angle CBA$

$\angle BMR = \angle BCA$

$BM = BC$

$\therefore \triangle MBR \equiv \triangle ABC$

$\therefore BR = BA$

$\therefore BR = BE$

$\therefore$ fíoġ. TE = fíoġ. SB $\because$ ar buinn ċudroma agus idir na línté coṁṫreoṁara céadona.

fíoġ LB = fíoġ. SB $\because$ ar an mbonn ċéadona agus idir na línte coṁṫreoṁara céadona.

$\therefore$ fíoġ. TE = fíoġ. LB

ar an gcuma gcéadona fíoġ. TF = fíoġ. QA

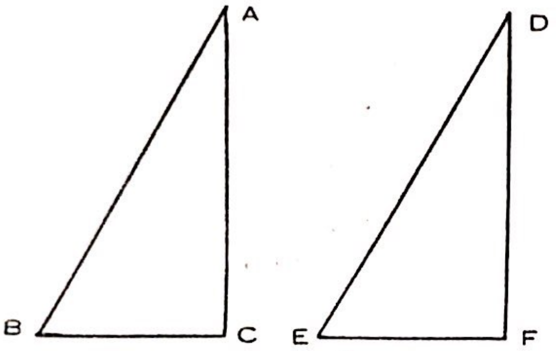
$\therefore$ fíoġ TE + fíoġ. TF = fíoġ. LB + fíoġ. QA

$\therefore$ fíoġ. AE = fíoġ. LB + fíoġ. QA

$\therefore$ $AB^2 = BC^2 + CA^2$.

TAIRISGINT 14.

Má tá an ċearnóg ar ṡlios de ṫriantán cudrom le suim na gcearnóg ar an dá ṡlios eile cruṫuiġ gur triantán dronuilleannaċ é.



Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil $AB^2 = AC^2 + BC^2$, cruṫuiġ gur dronuille $\angle ACB$.

Tógáil: Tarraing $EF = BC$. Tarraing $FD \perp FE$ agus gearr $FD = CA$. Ceangail ED.

Cruṫú:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= EF^2 + FD^2 \\ &= DE^2 \\ \therefore \quad AB &= DE \\ BC &= EF \\ CA &= FD \\ \therefore \quad \triangle ABC &\equiv \triangle DEF \\ \therefore \quad \angle BCA &= \angle EFD \end{aligned}$$

aċ dronuille $\angle EFD$ $\therefore$ dronuille $\angle BCA$

1. Teasbáin gur triantáin dronuilleannaċa na triantáin gurab iad a sleasa: (a) 17″, 15″, 8″ (b) 26″, 24″, 10″ (c) 29 cm., 21 cm., 20 cm. (d) 5·3 cm., 4·5 cm., 2·8 cm.

2. Teasbáin gur triantán dronuilleannaċ an triantán gurab iad a sleasa $p^2 + q^2$, $p^2 - q^2$, $4pq$; agus le luaċa éagsaṁla do ṫabairt do p agus q ceap liosta luaċa a ḃéaḋ ag sleasa triantán ndronuilleannaċ.

3. Faiġ faid taoḃaġán na dtriantán ndronuilleannaċ i n-a ḃfuil na sleasa eile (1) 3 mile, 5 mile (a) 5·1″, 14″ (3) 4a, $4a^2 - 1$ (4) 133 slata, 156 slata.

4. Tarraing dá ċearnóig ar biṫ agus taisbeáin conus a ḋéanfá cearnóg amháin cuḋrom le suim na gcearnóg sin.

5. An rud céadna do ḋéanaṁ le trí cearnóga.

6. Faiġ faid aoirde ingearaiġe triantáin coṁ-ṡleasaiġ a ḃfuil faid a sleasa = 2″.

7. Dá triantán ḋronuilleannaċa i n-a ḃfuil na taoḃaġáin cuḋrom agus slios i gceann aca cuḋrom le slios san gceann eile, cruṫuiġ gur coṁionann iad.

8. Má's coṁḟaid ó lár ciorcail do ḋá ċórda, cruṫuiġ go ḃfuil siad cuḋrom.

9. Aisiompó a 8 do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú.

10. Dá ċórda i gciorcal, is é an ceann is sia ḋíoḃ an ceann is goire do lár an ċiorcail.

[Nóta: Má tá $A + B = C + D$ agus $A > C$ beiḋ $B < D$.]

11. Aisiompó a 10 do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú.

12. Tarraing aon dá ċearnóig agus tóg cearnóg a ḃeaḋ cuḋrom le n-a ndeifir.

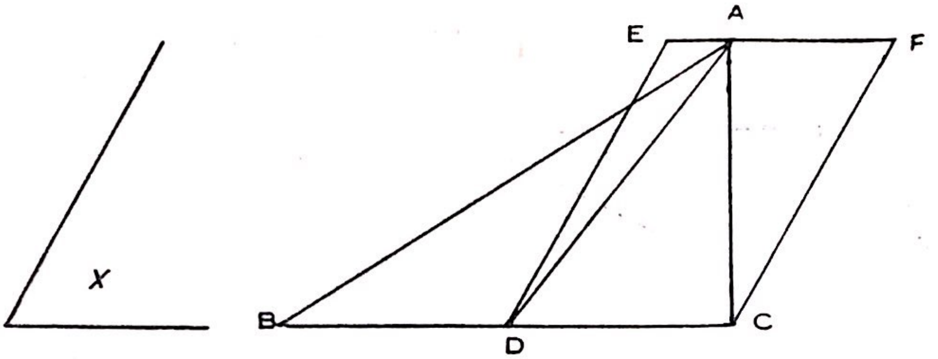
13. Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil A i n-a ḋronuillinn agus AD ingearaċ le BC, cruṫuiġ $BC^2 = BD^2 + DC^2 + 2\,AD^2$.

14. Triantán ar biṫ is eaḋ ABC agus tá AD ingearaċ le BC, cruṫuiġ $AB^2 \sim AC^2 = BD^2 \sim DC^2$.

15. Cruṫuiġ go luiġeann lár-ṗoinnte córdaí gcuḋrom i gciorcal ar imlíne ciorcail ċoṁláraiġ.

TAIRISGINT 15.

Comṫreoṁarán do ḋéanaṁ go mbeiḋ uille áiriṫe ann, ar aon ḟairsinge le triantán áiriṫe.



Is é ABC an triantán agus X an uille.

Tógáil: Comroinn BC ag D. Ag D déan $\angle CDE = \angle X$. Tarraing CF $\parallel$ DE. Tarraing AEF $\parallel$ BC. Ceangail AD.

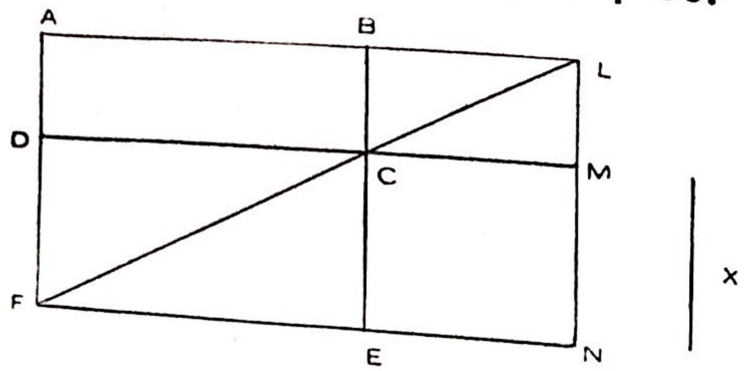
Cruṫú:

$$\text{Fíoġ. } EFCD = 2\,\triangle ADC$$
$$\triangle ABC = 2\,\triangle ADC$$
$$\therefore \text{Fíoġ. } EFCD = \triangle ABC$$
$$\text{agus } \angle CDE = \angle X.$$

1. Déan dronuilleóg a ḃeiḋ ar aon ḟairsinge le triantán áiriṫe.
2. Tóg triantán i n-a mbeiḋ na sleasa 1·7″, 2·1″, 2·9″ agus déan dronuilleóg ar aon ḟairsinge leis. Sgríoḃ síos faid gaċ sleasa agus mar sin déan amaċ fairsinge an triantáin.
3. Déan triantán ar aon ḟairsinge le comṫreoṁarán áiriṫe.
4. Comṫreoṁarán do ḋéanaṁ go mbeiḋ uille áiriṫe ann, agus dá oiread d'ḟairsinge triantáin áiriṫe ann.
5. Tarraing dronuilleóg ABCD i n-a ḃfuil AB $\frac{3}{4}$″ ar faid agus BC $1\frac{1}{2}$″ ar faid. Leantar BA go dtí Q i gcaoi go ḃfuil BQ = $2\frac{1}{4}$″ ar faid agus ceangluiġtear B agus Q de ṗoinnte ar biṫ P in CD. Faiġ an coiḃneas idir fairsinge an triantáin BQP agus fairsinge na dronuilleoige.

TAIRISGINT 16.

Dronuilleóg do ḋéanaṁ ar líne áiriṫe, ar aon ḟairsinge le dronuilleóig áiriṫe.



Dronuilleóg is eaḋ ABCD agus X an líne.

Tógáil : Lean BC go mbeiḋ $CE = X$. Tarraing $EF \parallel CD$ go dteangṁuiġeann le AD ar a leanaṁaint in F. Ceangail FC agus lean é go dteangṁuiġeann le AB ar a leanaṁaint in L. Tarraing $LMN \parallel BC$ go dteangṁuiġeann le DC agus FE ar a leanaṁaint in M agus N fá seaċ.

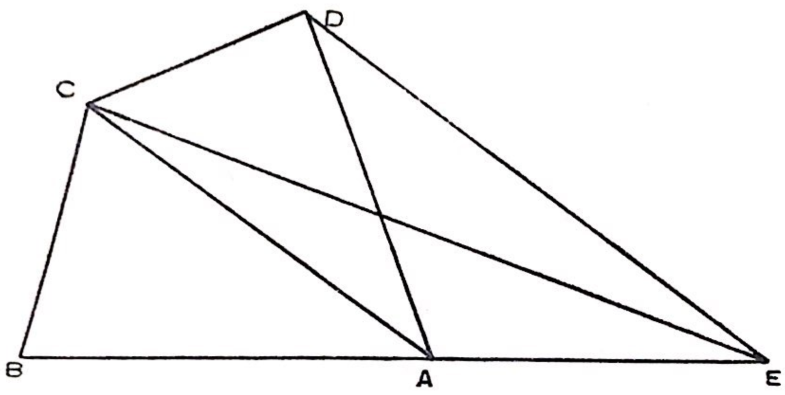
Cruṫú : Dronuilleóga ALNF, BLMC, DCEF.

$$\therefore \quad \triangle AFL = \triangle NFL$$
$$\triangle BCL = \triangle MCL$$
$$\triangle CEF = \triangle CDF$$
$$\therefore \text{Fíoġ. } AC = \text{Fíoġ. } CN$$

1. Teasbáin conus a tógfá ar líne dronuilleóg ar aon ḟairsinge le triantán áiriṫe.
2. Tarraing triantán go mbeiḋ a sleasa 4 cm. 5·5 cm. 6·3 cm. agus ar líne 4·5 cm. ar ḟaiḋ tóg dronuilleóg ar aon ḟairsinge leis.
3. Déan dronuilleóg i n-a mbeiḋ sleasa 4 cm. agus 5 cm. ar ḟaiḋ agus ar líne 1·5″ tóg dronuilleóg ar aon ḟairsinge léi. Uaiḋ sin déan amaċ an gaol atá idir órlaiġe cearnaċa agus centiméadair cearnaċa.
4. Tóg dronuilleóg ar aon ḟairsinge le suim dá triantán.

TAIRISGINT 17.

Triantán do ḋéanaṁ ar aon ḟairsinge le ceaṫairṡleasán.



Is é ABCD an ceaṫairṡleasán.

Tógáil: Ceangail AC. Tarraing DE || CA agus lean BA go E. Ceangail CE.

Cruṫú: Is coṁḟairsinge do'n triantán ACE agus an triantán DCA.

Cuir $\triangle ABC$ le gaċ ceann.

$\therefore$ $\triangle CBE$ = ceaṫairṡleasán ABCD

1. Triantán do ḋéanaṁ ar aon ḟairsinge le cúig-ṡleasán.

2. Taisbáin conus a ḋéanfá dronuilleóg ar aon ḟairsinge le (1) ceaṫairṡleasán (2) cúigṡleasán.

3. Taisbáin conus a tógfá ar líne áiriṫe dronuilleóg ar aon ḟairsinge le ceaṫairṡleasán.

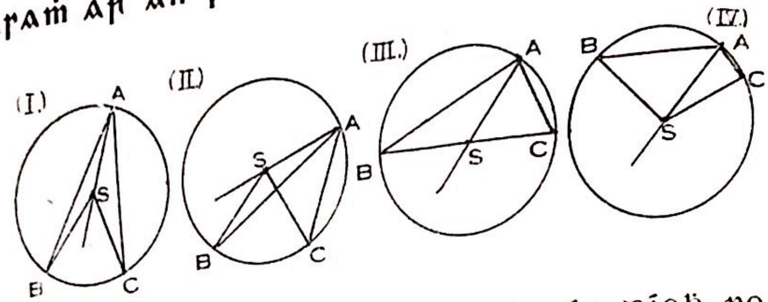
4. Tóg ceaṫairṡleasán ABCD i n-a ḃfuil $AB = 2''$ $BC = 1{\cdot}4''$ $CA = 1{\cdot}8''$, $AD = 2{\cdot}3''$ agus $\angle ABC = 60°$. Déan dronuilleóg ar aon ḟairsinge leis. Mar sin faiġ fairsinge an ċeaṫairṡleasáin.

Roinn II.

Ciorcail ⁊ Ilsleasáin i gCiorcail.

Tairisgint 1.

An uille i lár ciorcail tá sí cuḋrom le ḋá oiread na h-uilleann ar an imlíne atá in-a seasaṁ ar an stuaḋ céadna.



Is é S lár an ċiorcail ins gaċ cás díoḃ so.

I gcás I. Is géar-uille $\angle BSC$

I gcás II. Is géar-uille $\angle BSC$

I gcás III. Is uille díreaċ $\angle BSC$

I gcás IV. Is uille aisfillte $\angle BSC$

Cruṫuiġ $\angle BSC = 2 \angle BAC$.

(Fágtar an cruṫú fé sna scoláirí féin.)

1. Cruṫuiġ gur cóimméid do sna h-uilleaċa go léir san dtearsgán céadna.
2. Cruṫuiġ go bfuil suim na n-uilleann i gceaṫair-ṡleasán comċiorcalaċ cuḋrom le ḋá ḋronuillinn.
3. Cruṫuiġ gur dronuille an uille i leaṫ-ċiorcail.
4. An uille i dtearsgán ciorcail níos mó 'ná leaṫ-ċiorcail cruṫuiġ gur géaruille í agus an uille i dtearsgán ciorcail níos luġa 'ná leaṫċiorcail cruṫuiġ gur maoluille í.
5. Aisimpó a 2 do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú.

   [Ciorcal do ċur tré trí reanna de'n ċeaṫair-ṡleasán agus a ráḋ ná téiġeann sé tríd an gceaṫraṁaḋ rinn agus cruṫú neaṁ-ḋíreaċ do ċur leis.]

6. Cruṫuiġ go ḃfuil an uille ḟeaċtaraċ de ċeaṫair-ḟleasán comċiorclaċ cudrom leis an uillinn inṁeaḋonaiġ ar a h-aġaiḋ.

7. Sgrioḃ agus cruṫuiġ aisiompó a 6.

8. Tá ceiṫre poinnti A, B, C agus D i gcaoi go ḃfuil $\angle ABD = \angle ACD$ cruṫuiġ gur féidir ciorcal do ċur timċeall orṫa.

9. Má's féidir ciorcal do ċur timċeall ar ċoṁ-ṫreorṁarán cruṫuiġ gur dronuilleóg nó gur cearnóg é.

10. Má tógtar dá ċiorcal ar dá ṡlios de ṫriantán mar ṫreasnáin cruṫuiġ go ḃfuil a bpoinnte cumair ar an treas slios.

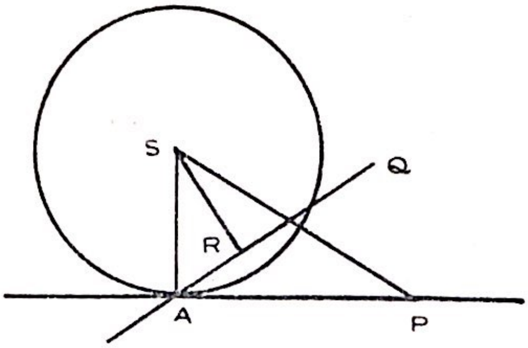
11. Ḋá córda ċudroma i gciorcal nó i dá gciorcal ċudroma, iomċruiġeann siad uilleaċa cudroma ag an imlíne.

Taḋluiḋe do ċiorcal: líne a ṫeangṁuiġeann le ciorcal aċ ná gearrann an ciorcal má leantar í i n-aon treo.

Nóta: Má ġearrann líne ciorcal ní foláir nó tá poinnte éigin ar an líne sin laistiġ de'n ċiorcal. Agus má tá gaċ poinnte i líne aċ ceann aṁáin lasmuiġ de'n ċiorcal ní foláir nó is taḋluiḋe do'n ċiorcal ag an bpoinnte sin í.

Tairisgint 2.

Má tarraingiġtear tré ṗointe ar imlíne ciorcail líne ingearaċ le ga tríd an pointe sin, tadluiḋe seaḋ an líne sin.



Pointe ar an imlíne is eaḋ A ; S, lár an ċiorcail agus AP $\perp$ SA.

Tógáil : Toġ P pointe ar biṫ ar an líne AP agus ceangail de S é.

Cruṫú : Dronuille $\angle SAP$ $\therefore$ $\angle SPA <$ dronuille

$\therefore$ SP $>$ SA

aċ ga is eaḋ SA $\therefore$ SP $>$ ga

$\therefore$ tá P lasmuiġ de'n ċiorcal

ar an gcuma gcéadna tá gaċ pointe ar an líne sin aċ A lasmuiġ de'n ċiorcal.

$\therefore$ Tadluiḋe is eaḋ AP.

Aon líne eile tré A gearrfaiḋ sé an ciorcal.

Tógáil : Tarraing SR $\perp$ AQ

Cruṫú : $\angle SRQ =$ dronuille

$\therefore$ $\angle SAR <$ dronuille

$\therefore$ SA $>$ SR, aċ ga is eaḋ SA

$\therefore$ SR $<$ ga

$\therefore$ tá R laistiġ de'n ċiorcal.

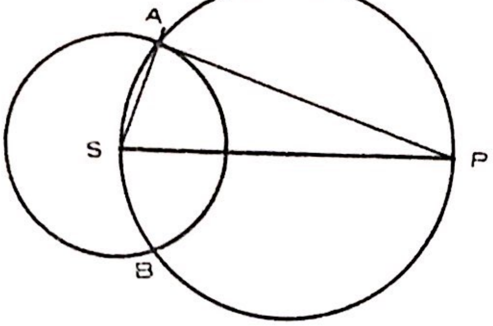
$\therefore$ Gearrann AQ an ciorcal.

$\therefore$ Ní féidir aċ tadluiḋe amáin do ṫarraingt do'n ċiorcal ó ṗointe ar an imlíne.

1. An líne a tarraingiġtear tríd an bpointe tadaill ingearaċ leis an dtadluiḋe, téiġeann sí tré lár an ċiorcail.

TAIRISGINT 3.

Taḋluiḋe do ṫarraingt do ċiorcal ó ṗoinnte lasmuiġ ḋe.



Is é S, lár an ċiorcail, P, an poinnte lasmuiġ.

Tógáil : Ceangail P de S. Tóg ar SP mar ṫrasnán ciorcal a ġearrfaiḋ an céad ċiorcal in A agus B. Ceangail P de A agus S de A.

Cruṫú : Leaṫ-ċiorcail is eaḋ SAP, ∴ is dronuille $\angle$SAP,

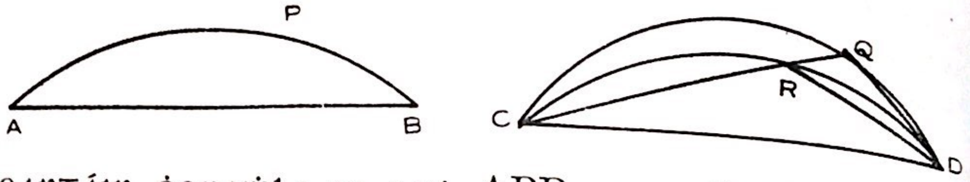
∴ Is taḋluiḋe do'n ċiorcal AP.

1. An mó taḋluiḋe is féidir a ṫarraingt do ċiorcal ó ṗoinnte lasmuiġ ḋe? Cruṫuiġ gur coṁḟaid dóiḃ.
2. Cruṫuiġ go gcoṁroinneann an lár-líne an uille idir taḋluiḋṫe do ċiorcal ó ṗoinnte lasmuiġ ḋe.
3. Cruṫuiġ go gcoṁroinneann an lár-líne an córda taḋaill (AB) go h-ingearaċ.
4. Ceaṫairṡleasán ṫimċeall ar ċiorcal, cruṫuiġ gur coṁḟaid do ṡuim peirḋe sleas ar aġaiḋ a ċéile agus suim an ṗeirḋe eile.
5. Aon ċoṁṫreoṁarán naċ dronuilleóg ṫimċeall ar ċiorcal cruṫuiġ gur caṁċearn é. Má's dron-uilleóg a ḃeaḋ ṫimċeall ar an gciorcal, cruṫuiġ gur cearnóg í.
6. Ciorcal go ḃfuil a ġá $\frac{3}{4}''$ agus poinnte $2\frac{1}{2}''$ ó na lár. Tarraing taḋluiḋe ó'n poinnte go dtí an ciorcal. Tomais a ḟaid agus fioruiġ an freagra tré ríomaireaċt.

TEASGÁIN ĊOSAṀLA : teasgáin iad san i n-a ḃfuil uilleaċa cudroma.

TAIRISGINT 4.

Is comionann teasgáin ċosaṁla ar ċórdaí cudroma.



Teasgáin ċosaṁla is eaḋ APB agus CQD ar ċórdaí cudroma AB agus CD.

Cruṫú : Cuir A ar C agus AB ar CD.
Tuitfiḋ B ar D $\because$ AB = CD.
Abair ná tuitfiḋ an stuaḋ APB ar an stuaḋ CQD aċ go dtuitfiḋ sé laistiġ de san ionad CRD. Toġ poinnte ar biṫ R air. Ceangail CR agus lean é go dteangṁuiġeann leis an stuaḋ eile in Q. Ceangail RD agus QD.

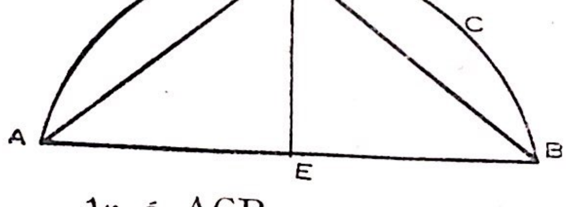
$$\therefore \angle CRD > \angle CQD$$

Rud naċ féidir $\because$ ḃfuilid cudrom.
$\therefore$ caiṫfiḋ an dá stuaḋ tuitim ar a ċéile.
$\therefore$ is comionann an dá ṫeasgán.

1. Na trí ciorcail a ṫéiġeann tré dá rinn de ṫriantán agus an ingearlár, tá siad cudrom agus tá gaċ ceann díoḃ cudrom le imċiorcal an triantáin.

TAIRISGINT 5.

Stuaḋ ciorcail do ċomroinnt.



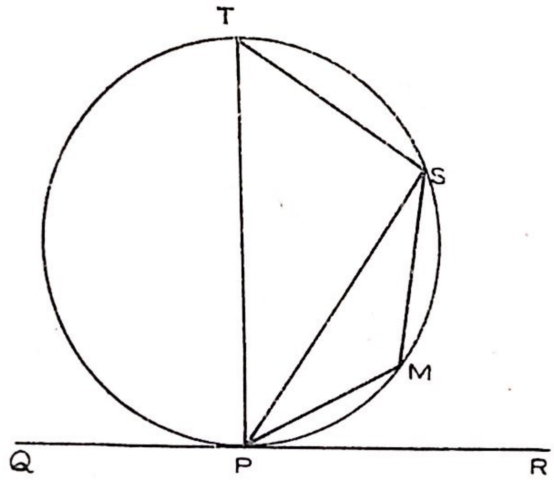
Is é ACB an stuaḋ.

Tógáil : Ceangail A de B. Comroinn AB ag E.
Tarraing ED $\perp$ AB. Ceangail AD agus BD.
Fágtar an cruṫú fé'n scoláire.

1. Má leantar DE cruṫuiġ go gcomroinneann sé an teasgán eile nuair a ċríoċnuiġtear an ciorcal.

TAIRISGINT 6.

Ceaċtar der na h-uilleaċa idir taḋluiḋe agus córda tríd an bpointe taḋaill, tá sí cudrom leis an uillinn sa teasgán ar an dtaoḃ ṫall de'n ċórda.



Is é QPR an taḋluiḋe. PS an córda.

Tógáil : Tarraing PT ⊥ QR go dteangṁuiġeann leis an gciorcal ag T. Ceangail TS. Tóg pointe ar biṫ M sa stuaḋ SP. Ceangail PM agus MS.

Cruṫú : (1). Leaṫ-ċiorcal is eaḋ PST ∴ is dronuille $\angle PST$

$\therefore\ \angle STP + \angle SPT =$ dronuille

aċ $\angle SPR + \angle SPT =$ dronuille

$\therefore\ \angle SPR = \angle STP.$

(2). $\angle SPR + \angle SPQ =$ ḋá ḋronuillinn

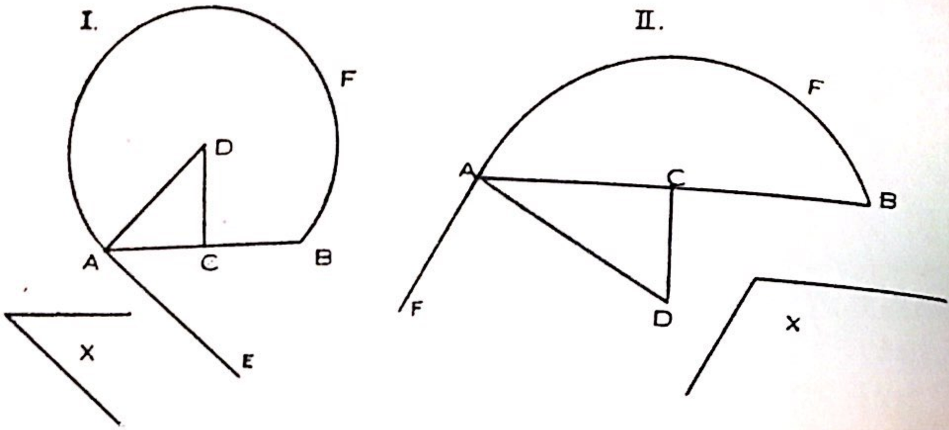
$\angle STP + \angle SMP =$ ḋá ḋronuillinn

$\therefore\ \angle SPQ = \angle SMP.$

1. PQ agus PR ḋá taḋluiḋe do ċiorcal atá ag teangṁáil leis in Q agus R ; cruṫuiġ go dteangṁuiġeann comṗointeoirí na n-uilleann $\angle PQR$ agus $\angle PRQ$ ar imlíne an ċiorcail.
2. Triantán is eaḋ ABC agus tarraingiġtear CD lasmuiġ de'n triantán i sliġe go ḃfuil an uille BCD cudrom leis an uillinn BAC ; cruṫuiġ gur taḋluiḋe DC do'n ċiorcal timċeall ar an dtriantán ABC.

Tairisgint 7.

Teargán ciorcal do ṫógaint ar líne áiriṫe; agus uille cudrom le h-uillinn áiriṫe do ḃeiṫ sa teargán sin.



Insa dá ḟiogair: is í AB an líne agus X an uille. [Géar-uille i ḃfiogair I agus maoluille i ḃfiogair II].

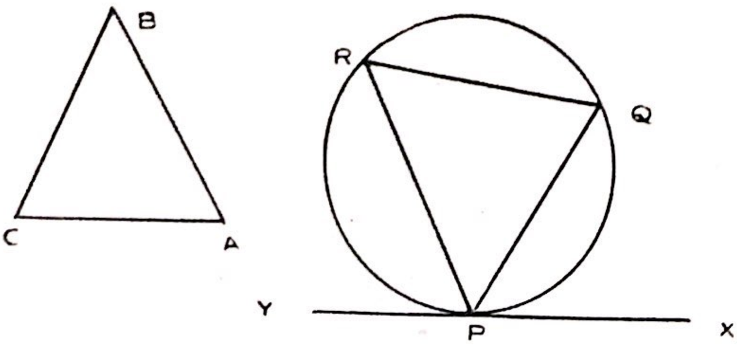
Tógáil: Ag an bpointe A in AB déan $\angle BAE = \angle X$. Tarraing $AD \perp AE$. Coṁroinn AB ag C agus tarraing $CD \perp AB$ go dteangṁuiġeann le AD ag D. Le D mar lár agus DA mar ga tarraing an stuaḋ AFD.

Cruṫú: Tá $AE \perp AD$ $\therefore$ taḋluiḋe do'n ċiorcal is eaḋ AE.
$\therefore \angle BAE =$ uille san dteargán AFB.
$\therefore \angle\ X =$ uille san dteargán AFB.

1. Ar líne 2″ ar ḟaid tóg teargán ciorcail i n-a mbeaḋ (1) 75° (2) 135°. Tomais an ga ins gaċ cás.
2. Tóg triantán ABC i n-a ḃfuil $AB = 2\frac{1}{2}''$, $\angle ACB = 60^\circ$ agus CD an t-ingear ó C ar $AB = 1\frac{3}{4}''$.
3. Tóg coṁṫreorṁarán i n-a ḃfuil faid gaċ treasnáin 5 cm. agus 7 gcm. fá seaċ agus uille aṁáin = 45°.
4. A agus B dá ṗointe 2″ ó n-a ċéile, Tarraing conair an ṗointe a ġluaisiġeann i gcaoi go n-iomċruiġeann sé uille $67\frac{1}{2}^\circ$ ag A agus B i gcoṁnuiḋe.

Tairisgint 8.

Ṫriantán coṁuilleannaċ le triantán áiriṫe do ċur i gciorcal áiriṫe.



Is é ABC an triantán ; PQR an ciorcal.

Tógáil : Tóg pointe ar biṫ P ar an gciorcal agus tarraing an taḋluiḋe XPY. Tarraing PQ agus PR i sliġe go mbeiḋ $\angle XPQ = \angle B$ agus $\angle YPR = \angle A$. Ceangail QR.

Fágtar an cruṫú fé sna scoláiri.

1. Tarraing triantán go mbeiḋ a sleasa $1\frac{3}{4}''$, $2\frac{1}{2}''$ agus $3\frac{1}{4}''$ agus i gciorcal go ḃfuil a ġa $1\frac{1}{4}''$ cuir triantán coṁuilleannaċ leis.

2. Tarraing triantán in a mbeiḋ dá uillinn cudrom le 72°, 36°, agus i gciorcal go ḃfuil a ġa 3 cm. cuir triantán coṁuilleannaċ leis.

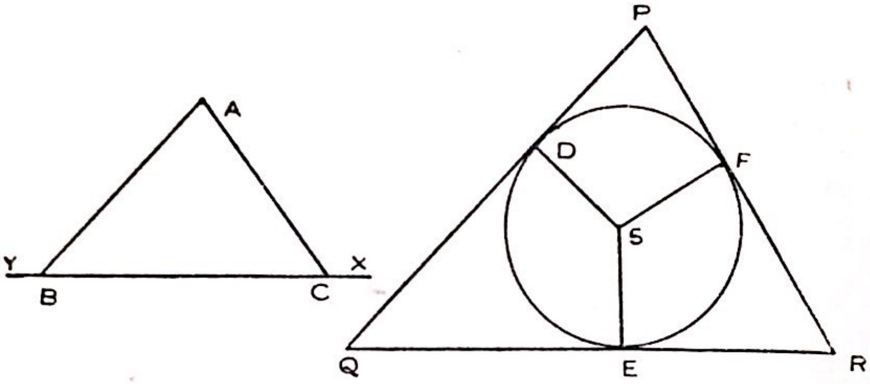
3. Déan ceaṫairsleasán ar biṫ i n-a mbeiḋ dá uillinn ar aġaiḋ a ċéile 75° agus 105° agus i gciorcal go ḃfuil a ġa 1″ cuir ceaṫairsleasán coṁuilleannaċ leis.

4. I gceist a h-aon conus an gcuirfeá an triantán 'san gciorcal i gcaoi go mbeiḋ an slios is goire coṁṫreoṁar le líne áiriṫe ?

6. Taḋlann dá ċiorcal a ċéile go seaċtrach ag O agus gearrann dá ḋronlíne OAB agus OCD na ciorcail arís in A agus B, C agus D fá seaċ. Cruṫuiġ go ḃfuil AC coṁṫreoṁar le BD.

TAIRISGINT 9.

Triantán coṁuilleannaċ le triantán áiriṫe do ċur ṫimċeall ar ċiorcal áiriṫe.



Is é ABC, an triantán; DEF, an ciorcal; S, a lár. Lean BC go dtí pointí ar bit X agus Y.

Tógáil: Tarraing ga ar bit SD; déan $\angle DSE = \angle ABY$ agus $\angle ESF = \angle ACX$. Tarraing taḋluiḋṫe ag D, E agus F go dteangṁuiġiḋ le céile in Q, R agus P.

Cruṫú: $\angle D + \angle E =$ dá dronuillinn $\because$ dronuille gaċ ceann aca.

$\therefore \angle DSE + \angle Q =$ dá dronuillinn

aċ $\angle ABY + \angle B =$ dá dronuillinn

$$\therefore \angle B = \angle Q$$

ar an gcuma gcéadna

$$\angle C = \angle R$$

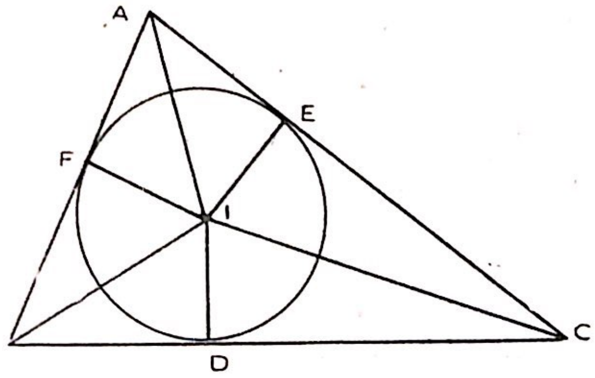
$\therefore$ tá an triantán PQR coṁuilleannaċ leis an an dtriantán ABC.

1. Déan triantán gurab iad a sleasa 2″ $1\frac{1}{2}$″ 3″ agus cuir ṫimċeall ar ċiorcal go bfuil a ġa $\frac{3}{4}$″ triantán coṁuilleannaċ leis.

2. Déan triantán i n-a mbeiḋ dá uillinn 30° agus 45° agus cuir ṫimċeall ar ċiorcal go bfuil a ġa 2 ċm. triantán coṁuilleannaċ leis.

TAIRISGINT 10.

Ciorcal do ċur isteaċ i dtriantán (nó d'insgríoḃaḋ i dtriantán).



Is é ABC an triantán.

Tógáil : Tarraing BI agus CI i dtreo go gcoṁroinnfiḋ na h-uilleaċa B agus C. Tarraing ID, IE agus IF $\perp$ BC, CA agus AB fá seaċ.

Cruṫú : Ins an 2 $\triangle$BID agus BIF

$$\angle IBD = \angle IBF$$
$$\angle IDB = \angle IFB$$
$$BI = BI$$
$$\therefore \triangle BID \equiv \triangle BIF$$
$$\therefore ID = IF$$

ar an gcuma gcéadna ID = IE

$\therefore$ le I mar lár agus ID mar ġa ragaiḋ ciorcal tré D, E agus F agus taḋlfaiḋ sé na trí sleasa mar táid-san ingearaċ leis na gaeṫe.

1. Ins an ḃfioġair ṫuas cruṫuiġ go gcoṁroinneann AI, $\angle$BAC.

2. Tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil $a = 6$ cm., $b = 7\text{·}8$ cm. agus $c = 5$ cm. agus insgríoḃ ciorcal ann. Tomais an ga.

3. Tarraing camaċearn ar biṫ agus teasbáin gur féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ ann. Insgríoḃ é.

4. Cearnóg d'insgríoḃaḋ i gciorcal.
[Tarraing dá ṫrasnán ingearaċ le ċéile.]

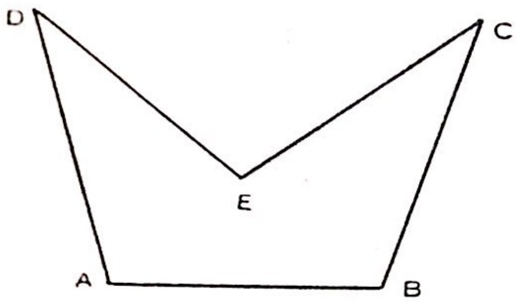
5. Cearnóg do ċur timċeall ar ċiorcal.

6. Ciorcal d'insgríoḃaḋ i gcearnóig.

7. Ciorcal d'insgríoḃaḋ timċeall ar ċearnóig.

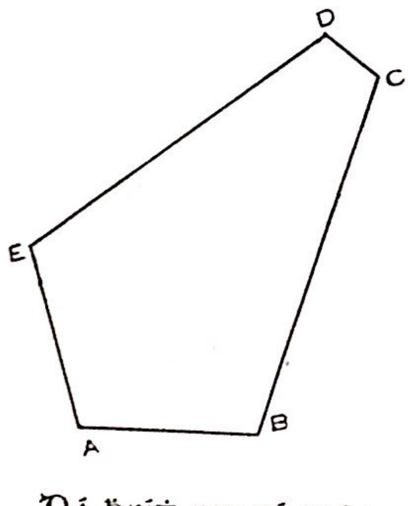
ILṠLEASÁN RIARTA: Ilṡleasán atá (1) coṁṡleasaċ agus (2) coṁuilleannaċ.

Nóta: Is féidir coinġeall aṁáin díoḃ san ḃeiṫ coṁalta i ḃfíoġair gan an ceann eile ḃeiṫ aṁlaiḋ; cuir i gcás (a) tá camaċearn coṁṡleasaċ gan ḃeiṫ coṁuilleannaċ (b) tá dronuilleóg coṁuilleannaċ gan ḃeiṫ coṁṡleasaċ. Is féidir cúigṡleasán coṁṡleasaċ do ḋéanaṁ mar leanas:—



ABCDE cúigṡleasán i n-a ḃfuil gaċ slios 1″ ar faid .i. tá sé coṁṡleasaċ agus is so-ḟeicse ná fuil na h-uilleaċa go léir cudrom le ċéile.

agus ceann eile mar leanas:—

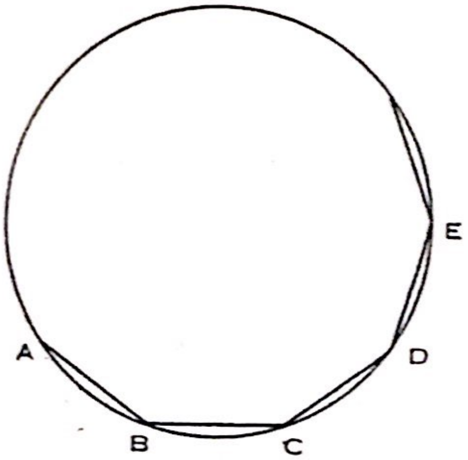


Cúigṡleasán ABCDE i n-a ḃfuil gaċ uille = 108° .i. tá sé coṁuilleannaċ agus is so-ḟeicse ná fuil sé coṁṡleasaċ. Agus mar sin le fíoġair ar biṫ.

Dá ḃríġ sin ní mór an dá ċoinġeall (1) na sleasa go léir ḃeiṫ cudrom le ċéile (2) na h-uilleaċa go léir ḃeiṫ cudrom le ċéile, do ċoṁall sár a ḃféadtaí ilṡleasán riarta do ṫaḃairt ar fíoġair.

Tairisgint 11.

Ilḟleasán coṁḟleasaċ ar biṫ i gciorcal tá sé coṁuilleannaċ.



AB, BC, CD agus DE roinnt sleasa coṁgaraċa d'ilḟleasán coṁḟleasaċ i gciorcal.

Cruṫú : $AB = CD$

$\therefore$ Stuaḋ AB = Stuaḋ CD

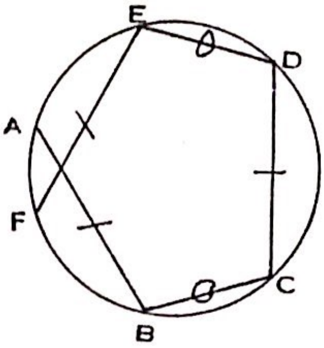
Cuir an stuaḋ AED le gaċ ceann díoḃ

$\therefore$ Stuaḋ BAD = Stuaḋ CDA

$\therefore \angle C = \angle B$

Ar an gcuma gcéadna ($BC = ED$) beiḋ $\angle C = \angle D$, $\angle D = \angle E$ agus mar sin de. Sé sin beiḋ gaċ dá uillinn coṁgaraċa cuḋrom $\therefore$ beiḋ sé coṁuilleannaċ $\therefore$ Ilḟleasán coṁḟleasaċ ar biṫ i gciorcal tá sé riarṫa.

ḃreiṫniġ anois a aisiompó san.



AB, BC, CD agus DE roinnt de ṡleasa ilṡleasáin coṁuilleannaiġ i gciorcal.

∴ Stuaḋ CDA = Stuaḋ BAD

$\angle B = \angle C$

Tóg an stuaḋ AED ó gaċ ceann ḋíoḃ

∴ Stuaḋ CD = Stuaḋ AB

∴ Córda AB = Córda CD

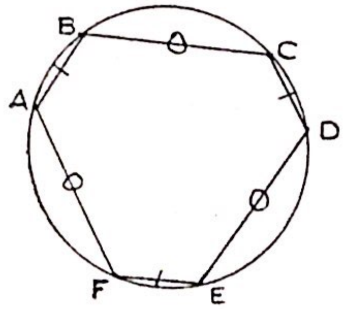
Ar an gcuma gcéadna

BC = DE

CD = EF agus mar sin de

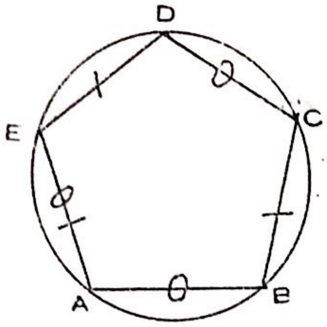
Sé sin beiḋ ḋá ċnuasaċt de ṡleasa cuḋroma ann.

(A). Má tá féiḋ-uiṁir de ṡleasa ann, ní gáḋ ḋ'aon tslios ar ċnuasaċt aṁáin ḋíoḃ ḃeiṫ cuḋrom le slios ar an gcnuasaċt eile ∴ is féidir gan é ḃeiṫ riarṫa.



Sa ḃfioġair seo: AB = CD = EF agus BC = DE = FA aċ ní gáḋ AB = BC.

(B). Aċ má's corr d' uiṁir na slios caiṫfiḋ slios de ċnuasaċt amáin beiṫ cuḋrom le slios ar an gcnuasaċt eile; agus dá ḃríġ sin beiḋ sé riarṫa.



Sa ḃfíoġair seo :—

AB = CD = EA

BC = DE = AB

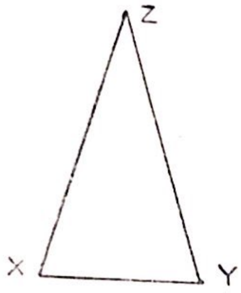
∴ Tá siad go léir cuḋrom.

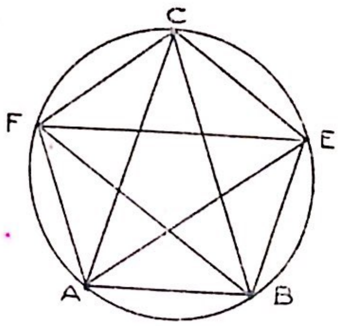
∴ Tá sé riarṫa.

Dá ḃríġ sin ní gáḋ d'á aisiompó beiṫ fíor aċ amáin nuair is corr d'uiṁir na slios.

Tairisgint 12.

Cúigṡleasán riarṫa do ċur i gciorcal.





Tógáil : Triantán comċosaċ XYZ i n-a ḃfuil ∠X = ∠Y = 2∠Z [sé sin i n-a ḃfuil uilleaċa 72°, 72°, 36°]. Cuir triantán ABC comuilleannaċ leis sin isteaċ sa ċiorcal. Comroinn ∠CAB agus ∠CBA agus teangṁuiġeaḋ an dá ċomroinnteoir AE agus BF leis an imlíne arís in E agus F fá seaċ. Ceangail E de B agus de C agus F de A agus de C.

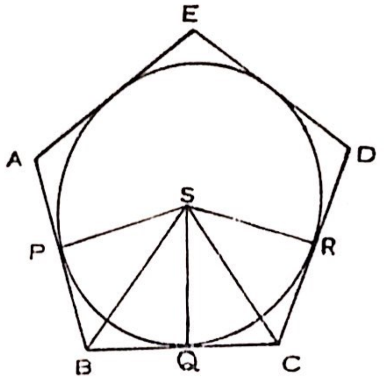
Cruṫú : ∠BAE = ∠EAC = ∠ABF = ∠FBC = ∠ACB

∴ BE = EC = AF = FC = AB

∴ Tá sé comṡleasaċ ∴ Tá sé riarṫa.

Tairisgint 13.

Cúigṡleasán riarṫa do ċur tímċeall ar ċiorcal.



Tógáil: Faiġ peanna an ċúigṡleasáin riarṫa istiġ P, Q, R, etc., agus tarraing tadluiḋṫe do'n ċiorcal ag na poinnti sin i sliġe go dteang-ṁóċaid le ċéile in A, B, C, D agus E. Ceangail S de P, Q agus R. Ceangail S de B agus de C.

Cruṫú:

$\angle PSQ = \angle QSR$

$\triangle SPB \equiv \triangle SQB$ (cruṫuiġeaḋ an scoláire é seo)

$\therefore \angle BSQ = \angle BSP$

$\therefore \angle BSQ = \frac{1}{2} \angle PSQ$, ar an gcuma gcéadna

$\angle CSQ = \frac{1}{2} \angle QSR$

$\therefore \angle BSQ = \angle CSQ$

agus $\angle BQS = \angle CQS$

$SQ = SQ$

$\therefore BQ = QC$

agus $\angle SBQ = \angle SCQ$

$\therefore BQ = \frac{1}{2} BC$, ar an gcuma gcéadna

$BP = \frac{1}{2} BA$

aċ $BP = BQ$

$\therefore BC = BA$

$\therefore$ gaċ dá ṡlios coṁġaraċa cudrom le ċéile

$\therefore$ tá sé coṁṡleasaċ

$\angle SBQ = \frac{1}{2} \angle ABC$

$\angle SCQ = \frac{1}{2} \angle BCD$

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$

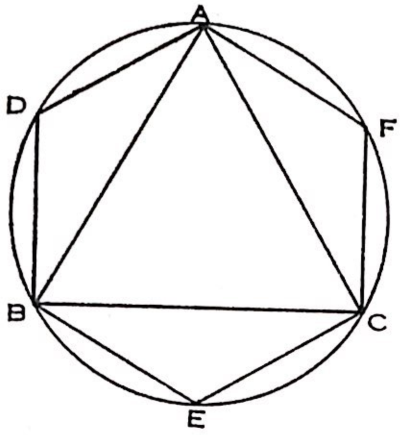
$\therefore$ gaċ dá uillinn coṁġaraċa cudrom le ċéile.

$\therefore$ Tá sé coṁuilleannaċ.

$\therefore$ Tá sé riarṫa.

TAIRISGINT 14.

Séṡleasán riarṫa do ċur i gciorcal.



Tógáil : Triantán comḟleasaċ ABC do ċur sa ċiorcal agus na stuaḋaċa do ċomroinnt ag D, E agus F agus na pointí do ċeangailt.

Cruṫú : Tá an ḟíoġair comḟleasaċ ∵ ḃfuil na stuaḋaċa go léir cudrom ∴ tá sé riarṫa.

1. Séṡleasán riarṫa do ċur timċeall ar ċiorcal. (Mar ar deineaḋ leis an gcúigṡleasán.)

2. Oċtṡleasán riarṫa do ċur i gciorcal. (Cearnóg do ċur ann agus na stuaḋaċa do ċomroinnt.)

3. Oċtṡleasán riarṫa do ċur timċeall ar ċiorcal.

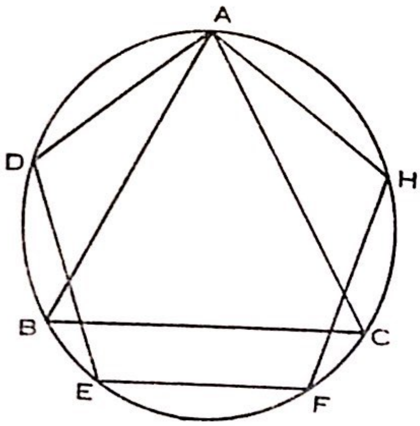
4. Ar an gcuma gcéadna faiġ amaċ cad iad na h-ilṡleasáin riarṫa i n-a ḃfuil níos luġa ná 30 slios gur féidir iad do ċur i gciorcal agus timċeall ar ċiorcal.

5. Teasbáin conus a roinnfeá (1) imlíne ciorcail (2) imlíne leaṫċiorcal i sé coda déag cudroma.

6. Má ċeangluiġtear pointí taḋaill na slios ar aġaiḋ a ċéile i gceirt a h-aon, cruṫuiġ go dtéiġeann na línte a ċeangluiġeann iad tré lár an ċiorcail.

TAIRISGINT 15.

Cúigdéagṡleasán riarṫa do ċur i gciorcal.



Tógáil: Triantán comṡleasaċ ABC agus cúigṡleasán riarṫa ADEFH leis an rinn ċéadna A do ċur sa ċiorcal.

Cruṫú: Stuaḋ AB $= \frac{1}{3}$ an imlíne.

Stuaḋ AD $= \frac{1}{5}$ an imlíne.

$\therefore$ Stuaḋ BD $= \frac{2}{15}$ an imlíne.

$\therefore$ Stuaḋ BE $= \frac{1}{15}$ an imlíne.

$\therefore$ Is féidir cúigdéagṡleasán comṡleasaċ do ċur sa ċiorcal agus gaċ slios de cudrom leis an gcórda BE.

$\therefore$ beiḋ sé riarṫa.

1. Cúigdéagṡleasán riarṫa do ċur timċeall ar ċiorcal.

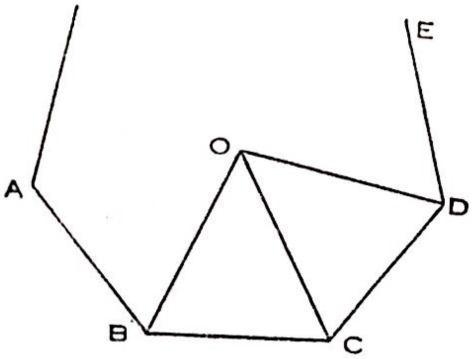
2. An mó ilṡleasán riarṫa eile is féidir a ċur i gciorcal ar an moḋ san ṫuas.

3. Má ċeangluiġtear lár an ċiorcail de gaċ rinn an ċúigdéagṡleasáin riarṫa, cruṫuiġ go mbeiḋ gaċ uille comroinnte.

4. Faiġ tré ṫuisioċt faid sleasa an ċúigdéagṡleasáin riarṫa a ḃeaḋ insgrioḃṫa i gciorcal de ġa 1″ ar faid.

TAIRISGINT A 16.

Tá coṁroinnteoirí na n-uilleann i n-ilḟleasán riarṫa ar biṫ coṁċumaraċ.



ABCDE . . . cuid de'n ilḟleasán riarṫa.

Tógáil : Coṁroinn $\angle B$ agus $\angle C$ agus teangṁuiġeaḋ na coṁroinnteoirí sin le céile in O. Ceangail OD.

Cruṫú : Ins an dá ṫriantán OBC agus OCD

$$BC = CD$$
$$OC = OC$$
$$\angle BCO = \angle DCO$$
$$\therefore \angle OBC = \angle ODC$$

aċ $\angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC$

$\therefore \angle ODC = \frac{1}{2} \angle EDC$ ($\because \angle ABC = \angle EDC$)

$\therefore$ Tá $\angle EDC$ coṁroinnte.

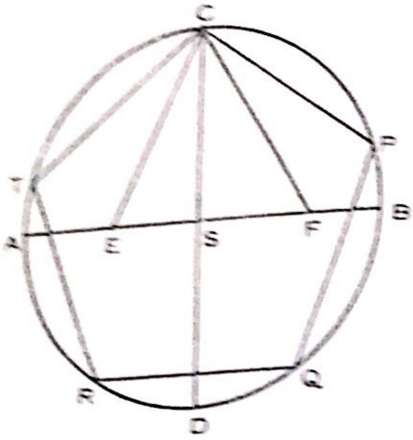
Ar an gcuma gcéadna nuair a ċeangluiġtear O de gaċ rinn eile de'n ḃfioġair, beiḋ gaċ uille díoḃ coṁroinnte.

1. Tasbáin go ḃfuil na línte OA, OB, OC, OD etc. ar aon ḟaid le céile.
2. Uaiḋ sin tasbáin conus a ċuirfeá ciorcal ṫimċeall ar aon ilḟleasán riarṫa.
3. Tasbáin go ḃfuil na h-ingir ó O ar na sleasa cudrom.
4. Uaiḋ sin tasbáin conus ciorcal d'insgríoḃaḋ i n-aon ilḟleasán riarṫa.

Nóta : Buḋ ceart 2 agus 4 do ḋéanaṁ leis na fioġraċa atá tógṫa, mar atá : an cúigḟleasán, an séḟleasán, etc.

Aguisín.

Tógáil ċúigṡleasán riarṫa nuair naċ gáḋ cruṫú do ċur leis.



Tógáil : Tarraing dá ṫrasnán ASB agus CSD ingearach le céile. Comroinn AS ag E. Ceangail EC ; tóg E mar lár agus EC mar ġa, tarraing stuaḋ a ġearrfaiḋ SB ag F. Sé an córda CF slios an ċúigṡleasáin riarṫa sa ċiorcal CBDA.

[Móḋ gairid é seo nuair ná fuil i n-earnaṁ aċ an rioġail ċrainn.]

Páipéirí Sgrúduiġṫe.

1.

1. Cruṫuiġ naċ féidir do níos mó ná (1) dronuille amáin (2) maoluille amáin ḃeiṫ i dtriantán ar biṫ.
2. Cad is coṁṫreoṁarán ann? Má tá coṁṫreoṁarán i gciorcal, cruṫuiġ gur dronuilleóg nó cearnóg é.
3. Tarraing uille 60° gan uilleanntoṁas d'úsáid ċuige. Coṁroinn í agus coṁroinn a leaṫ arís. Uaiḋ sin teasbáin conus a ḋéanfá (1) 75° (2) 135° gan agat ċuige aċ compás agus riaġail.
4. AB agus CD dá ċorda a ġearrann a ċéile ag X i gciorcal gurab é S a lár agus deineann siad uilleaċa cudroma le XS. Cruṫuiġ gur coṁfaid dóiḃ.
5. Ḋá ṡlios de ṫriantán 3″ agus 4″ agus is slánuiṁir an méid órlaċ san treas slios. Abair an mó triantán is féidir a ḋéanaṁ. Tarraing aon ċeann atá (1) dronuilleannaċ (2) maoluilleannaċ.
6. I dtriantán ar biṫ cruṫuiġ go ḃfuil an slios is sia ar aġaiḋ na h-uilleann is mó amaċ. (a) Cruṫuiġ go ḃfuil imline triantáin ar biṫ níos sia ná suim na n-ingear ó sna reanna ar na sleasa.

2.

1. Dá mbeaḋ ceaṫairsleasán ann conus a ċuirfeá ċuige féaċaint arḃ (1) coṁṫreoṁarán (2) camaċearn é? Sgríoḃ síos go cruinn gaċ rud a ḋéanfá.
2. Faiġ dá ṗoinnte a ḃeiḋ ar aon faid ó ḋá líne ċoṁṫreoṁara. Ceangail an dá ṗoinnte seo agus teasbáin go ḃfuil gaċ aon ṗoinnte ar an líne ceangail sin ċoṁ fada ó 'n dá líne ċoṁṫreoṁara.
3. Tarraing ciorcal go mbeaḋ a ġa $1\frac{3}{4}''$ ar faid. Tóg ṗoinnte ar biṫ ar an imlíne agus teasbáin go cruinn conus a ṫarraingeoċtá taḋluiḋe do'n ċiorcal. (Bíoḋ gaċ líne tógála le feicsint go soiléir). Cruṫú do ċur leis.

4. I dtriantán ar biṫ is sia aon dá ṡlios ná an treas ceann, an mar a céile dos na h-uilleaċa? Sgríoḃ síos dé ċúis. An féidir do ṡuim dá uillinn i dtriantán beiṫ i n-a géaruillinn? Nó do ḋeifir aon dá uillinn beiṫ i n-a maoluillinn? Léirig na freagraí le fíoġair.

5. Tá dá ṫriantán ċoṁċosaċa ar ḋronlíne, ceann ar gaċ taoḃ di. Tearbáin go ndeineann líne ceangail na stuac an líne do ċoṁṗoinnt go h-ingearaċ. Uaiḋ sin tearbáin conus a ċoṁṗoinnfeá dronlíne go h-ingearaċ.

6. Tarraing triantán corrṡleasaċ ar biṫ. Tearbáin go soiléir na tuirí go léir naċ mór a ḋéanaṁ ċun triantán beaḋ cudrom leis ar gaċ aon tsliġe do ṫógáil agus tóg é.

3.

1. Tá triantán ABC ar bonn BC 2" ar ḟaid. Tá an stuaic A i gcoṁnuiḋe $1\frac{3}{4}$" ó'n bonn. Tarraing trí nó ceiṫre ionaid de'n ṗointe A agus ceangail iad. Tearbáin go mbeiḋ gaċ suiḋeaṁ de'n ṗointe A ar an líne sin.

2. Tá dá ċiorcal ag gearraḋ a céile, tearbáin go gcoṁṗoinneann an lárlíne an coṁċórda go h-ingearaċ.

3. Tarraing ciorcal de ġa 5 cm. agus ó ṗointe 7 gcm. ó'n lár tarraing taḋluiḋe do'n ċiorcal. Tomais an taḋluiḋe.

4. Gan aċ riaġail agus compás ċuige tarraing triantán dronuilleannaċ coṁċosaċ ar ṫaoḃagán 11 cm. ar ḟaid. Tomais na sleasa.

5. Cad is "uille aisḟillte" ann? Tarraing ṫeasgán ciorcail níos luġa ná leaṫċiorcal agus cruṫuiġ gur maoluille atá ann.

6. Má ceangluiġtear lár-ṗointí slios cearnóige cruṫuiġ gur cearnóg an ḟíoġair a deintear agus go bfuil sí cudrom le leaṫ fairsinge na cearnóige eile.

4.

1. Má tá géaga uilleann coṁṫreoṁar le géaga uilleann eile, cruṫuiġ gur cóimméid dos na h-uilleaċa nó gur uilleaċa foirlionta iad.
2. Gan aċ riaġail agus compás ċuige déan uilleaċa 30° agus 45°. Déan uille cudrom (1) le na suim (2) le na ndeifir. Gaċ líne tógála do ṫeasbáint go soiléir.
3. I gceaṫairsleasán cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-uilleann seaċtaraċ cudrom le ceiṫre dron-uilleaċa agus gur ceiṫre dronuilleaċa suim na n-uilleann n-inṁeadonaċ. 76°, 121° 57° trí cinn d'uilleaċa seaċtaraċa de ċeaṫairsleasán, faiġ an ceann eile agus na cinn inṁeadonaċa go léir.
4. I dá gciorcal ċudroma tá córdaí cudroma, ceann in gaċ ciorcal cruṫuiġ gur coṁḟaid dóiḃ ó lár na gciorcal.
5. Déan triantán agus a ṡleasa 2·5 cm., 6 cm., agus 7 gcm. ar ḟaid. Cuir ciorcal san triantán agus tomais a ġa.
6. Cad iad aise coṁḟreagarṫaċta na ḃfioġraċ seo :—
   (a) camaċearn (b) cearnóg (c) dá ċiorcal (d) cúigsleasán rialta.

   Cad a ṫuigeann tú le "coṁḟreagarṫaċt timċeall ar ṗointe"? Taḃair sompla.

5.

1. Cad is triantán comċosaċ ann? Cruṫuiġ gur coṁḟaid dos na h-ingir a tarraingiġtear ó ḟoircinn an ḃuinn ar na sleasa cudroma.
2. Tarraing coṁṫreoṁarán má 'sé 8 gcm. agus 11 ċm. faid a ṫreasnán agus 75° an uille eatorra. Tomais na sleasa.
3. Tóg dronuilleóg gur faid an tsleasa is goire dí 1½" agus 30° an uille idir an dá ṫreasnán. Tomais an slios eile agus an dá ṫreasnán.
4. Cad a ṫuigeann tú le "tadluiḋe do ċiorcal"? Ó ṗointe órlaċ lasmuiġ de ċiorcal de ġá 2", tarraing dá ṫadluiḋe. Tomais iad agus fíoruiġ an freagra tré ḟigiúireaċt.

5. Tarraing comṫreormarán ar biṫ agus sgríoḃ síos na tuisí nár ṁór a ḋéanaṁ ċun ceann eile do ḋéanaṁ cuḋrom leis ar gaċ aon tsliġe.
6. Tóg triantán i n-a ḃfuil sleasa 3·5″, 3″ agus 4″ agus tarraing ciorcal timċeall air. Tomais a ġa.

6.

1. Cad is cearnóg ann? Déan cearnóg i gcaoi go mbeiḋ a ṫrasnán 5 cm. ar ḟaid.
2. Dá ṗointe ar biṫ A agus B. Comroineann XY an líne AB go h-ingearaċ. Cruṫuiġ gur comḟaid ó A agus B do gaċ ṗointe in XY. Má's C pointe ar AB ar a leanaṁaint, an féidir pointe ḟaġáil gur comḟaid ó A, B agus C do? Míniġ an freagra.
3. Ceaṫairsleasán is eaḋ ABCD. Comroineann an trasnán AC an líne BD, cruṫuiġ go ndeineann AC dá leaṫ de'n ċeaṫairsleasán.
4. Dá ċórda ag gearraḋ a ċéile i gciorcal agus iad ar aon ḟaid ó lár an ċiorcal, cruṫuiġ (1) gur comḟaid dóiḃ (2) go ḃfuil an ċuid mór de ċórda aca cuḋrom leis an gcuid móir de'n ċeann eile.
5. Is eol duit bonn agus stuaicuille triantáin, cá luiġeann na stuaice go léir? Má's eol duit aoirde ingearaċ triantáin aṁáin díoḃ conus a ṫógfá é?
6. Gan aċ riaġail agus compás ċuige tasbáin conus a ṫarraingeoċtá tré ṗointe líne comṫreormar le líne eile. Cruṫú do ċur leis.

7.

1. Cad a ṫuigeann tú le (a) uilleaċa allronnaċa (b) uilleaċa forlíonta?

   Dá líne a ġearrann a ċéile agus comroinntear dá uillinn ar aġaiḋ a ċéile; cruṫuiġ go ḃfuil na comroinnteoirí sin i n-aon líne aṁáin.
2. Tarraing triantán comsleasaċ i n-a mbeiḋ a aoirde ingearaċ 4·7 cm. ar ḟaid.
3. Tasbáin conus a ḋéanfá comṫreormarán ar aon ḟairsinge le dronuilleóig áiriṫe agus uille áiriṫe idir na sleasa.

4. Tarraing ciorcal de ġa 5 cm. Cuir córda ann 8 gcm. ar fad. Tomhais a fad ó'n lár agus fíoruiġ an freagra tré fiġiúireacht.
5. Tá trí pointí A, B agus C i gcaoi go bfuil BC = 6·4 cm. CA = 6·4 cm. agus AB = 8·7 cm. Faiġ pointe P i gcaoi go bfuil sé ar aon fad ó A agus B agus 4·8 cm. ó C. An bfuil níos mó 'ná pointe amháin ann? Tomhais a fad ó A.
6. I gceaṫairsleasán ar biṫ cruṫuiġ go bfuil suim na dtrearnán níos sia 'ná leaṫ imlíne na fíoġraċ.

8.

1. Triantán comhsleasaċ is eaḋ PQR. Ar PQ gearr-tar PS = PR, cruṫuiġ go bfuil QR níos sia 'ná QS. Abair an teorasán sin i bfocla.
2. Tarraing ceaṫairsleasán ar biṫ. Sgríoḃ síos na cuirí go léir naċ mór a ḋéanaṁ ċun ceaṫairsleasán eile a ḋéanaṁ a ḃeaḋ cudrom leis ar gaċ aon tsliġe. Cruṫuiġ gur comhionann iad.
3. Gan aċ compás agus riaġail ċuige tóg comhtreom-ṁarán ar bonn 7 gcm. agus 5 cm. fad sleasa eile agus 30° an uille eatorra. Faiġ fairsinge na fíoġraċ.
4. Cad é conair lár na gciorcal go léir a taḋlann (1) dron-líne ag pointe áirite (2) ciorcal ag pointe áirite?
5. Gearrann dá ċiorcal a ċéile, cad é an ais comh-freagarṫaċta atá aca? Má tá an dá ċiorcal cudrom le ċéile an bfuil níos mó ná ais amháin aca?
6. Tá dá líne ċomhtreomhara agus iad 1·6″ ó n-a ċéile. Gearrann líne eile iad ag an uillinn 60°. Tarraing dá ċiorcal ag taḋall na dtrí línte sin. Tomhais a nga.

9.

1. Déan dá ṫriantán i n-a bfuil na sleasa 4·7 cm. 5·8 cm. agus 7·3 cm. ar fad. Cruṫuiġ gur com-ionann iad.
2. Triantán comhsleasaċ do tógáil ar líne $2\frac{1}{2}''$ ar fad agus pointe d'faġáil gur comhfad do ós

na trí sleasa. Cruṫuiġ gur coṁḟaid do ó sna trí reanna.

3. Tarraing ciorcal i n-a ḃfuil dá ċórda ċuḋroma PQ agus RS. Má's O lár an ċiorcail cruṫuiġ $\angle POQ = \angle ROS$.
4. Mínigh an deifir idir "teasgaide ciorcail," "teasgán ciorcail" agus "teasgóg ciorcail."

   Cruṫuiġ gur géaruille an uille i dteasgán ciorcail níos mó 'ná leaṫċiorcal.
5. Tarraing dá ċiorcal de ġa 5 cm. agus $2\frac{1}{2}$ cm. ar ḟaid agus na láir 6 cm. ó n-a ċéile. Tomhais a gcoṁċórda.
6. A ċruṫú go ndeineann coṁroinnteoirí na n-uilleann i gcoṁṫreoirṁarán, dronuilleóg.

10.

1. Tóg camaċearn i n-a mbeiḋ na trearnáin 11 ċm. agus 8 gcm. ar ḟaid. Cruṫuiġ go ḃfuil an tógáil sa ċeart agus tomhais an slios.
2. Tarraingiġtear roinnt córdaí i gciorcal coṁṫreoirṁar le céile, cruṫuiġ go dtéiġeann líne ceangail a lár-ṗoinnte tré lár an ċiorcail.
3. Triantán is eaḋ PQR i n-a ḃfuil R i n-a maoluillinn. L poinnte ar biṫ in QR. Cruṫuiġ $PQ > PL > PR$.
4. Caḋ é conair poinnte gur coṁḟaid dó ó (1) dá líne ċoṁṫreoirṁara? (2) imlíne dá ċiorcal ċoṁláraċa?
5. Coṁroinnteaṙ stuaicuille triantáin ċoṁċosaiġ go seaċtaraċ; teasbáin go ḃfuil an coṁroinnteoir sin coṁṫreoirṁar leis an mbonn.
6. Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil AB níos sia 'ná AC, agus AM meaḋon-líne. P poinnte ar biṫ in AM. Cruṫuiġ PB níos sia 'ná PC.

11.

1. Triantán ar biṫ is eaḋ ABC. Is é M lár poinnte BC. Ceangluiġtear A de M agus leantar AM go dtí N i gcaoi go ḃfuil $MN = AM$. Cruṫuiġ $BN = AC$. As san, cruṫuiġ go ḃfuil dá slios ar biṫ de ṫriantán níos sia ná dá oiread an ṁeaḋon-líne a ċoṁroinneann an treas slios.

2. Tá uille agat ar ṗáipéar, caḋ é an tógáil a ḋéanfá cun fágail amaċ an maoluille nó an géaruille í? Cuir síos ḋá ṁaoluillinn ar do ṗáipéar agus déan uille cuḋrom le na suim? Conus a ainmneoċtá an uille sin?

3. Tarraing triantán i n-a ḃfuil na sleasa 6·3 cm., 4·5 cm. 8·2 cm. Faiġ conair pointe a ġluaiseann i gcaoi go ḃfuil sé i gcoṁnuiḋe 2 cm. ó imlíne an triantáin.

4. Tarraing ḋá líne a ġearrann a ċéile go h-ingearaċ ag O. Faiġ ḋá ṗointe ar ċeann aca $1\frac{1}{2}''$ ó O agus ḋá ṗointe ar an gceann eile $2''$ ó O. Cruṫuiġ gur reanna camaċearn iad san.

5. Caḋ iad na h-airí coṁḟreagarṫaċta atá aca so: (1) ḋá ṫriantán coṁċosaċa ar an mbonn ċéadna; (2) ḋá ċiorcal naċ ngearrann a ċéile (3) ḋronuilleóg.

An eol duit aon ċeaṫairsleasán atá coṁḟreagarṫaċ timċeall ar gaċ trasnán?

6. Taisbáin conus a ṫarraingeoċtá ciorcal ag taḃall ḋá líne (a) coṁṫreoṁara (b) ná fuil coṁṫreoṁar.

12.

1. Gan aċ riagail agus compás ċuige tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil AB = 7 gcm., A = 30°, agus B = 45°. Faiġ pointí tá ar aon ḟaiḋ ó A agus B agus tá 7 gcm. ar ḟaiḋ ó C.

2. Siuḃlann duine 5 míle ó ṫuaiḋ, annsan 4 míle soir agus sa deire 2 míle ó ḋeas. Cé'n ḟaiḋ atá sé ó ḃaile annsan?

3. Is coṁḟairsinge do ḋá ċoṁṫreoṁarán, ar an mbonn ċéadna agus ar an dtaoḃ ċéadna de; cruṫuiġ go ḃfuil siad idir na línte coṁṫreoṁara ċéadna.

4. Caḋ é an ḟaiḋ is giorra idir (1) ḋá ṗointe (2) pointe agus dronlíne (3) pointe agus imlíne ciorcail (4) ḋá ḋronlíne coṁṫreoṁara?

5. Aon ċorda ciorcail atá ingearaċ le trasnán, beiḋ sé coṁroinnte. Taisbáin conus a ṫarraingeoċtá tré pointe áirite laistiġ de ċiorcal corda a ḃeaḋ coṁroinnte ag an bpointe sin.

6. Tá dá ċórda i gciorcal AB agus CD ingearaċ le ċéile cruṫuiġ gur uilleaċa allronnaċa ∠BAD agus ∠CBA.

13.

1. Teasbáin go ndeineann líne ar biṫ tré ṗoinnte cumair treasnán comṫreormaráin, go ndeineann sí dá leaṫ de'n ċomṫreormarán.
2. Tarraing dá ċearnóig ar línte 3 cm. agus 4 cm. ar ḟaid agus déan cearnóg cudrom le na suim. Tomais an slios.
3. Déan triantán i n-a ḃfuil na sleasa $1\frac{1}{2}''$, $2''$ agus $3''$ ar ḟaid. Faiġ dá ṗoinnte a ḃeaḋ $\frac{1}{2}''$ ar ḟaid ó'n slios is sia agus a ḃeaḋ ar aon ḟaid ó'n dá ṡlios eile.
4. Ar líne 6·5 cm. ar ḟaid cuir teasgán ciorcail i n-a mbeiḋ uille 45° gan d'úirlisí agat ċuige aċ riaġail agus compás. Tomais ga an ċiorcail agus tastáil an freagra le ríomaireaċt.
5. Tré ṗoinnte áiriṫe laistiġ de ċiorcal cuir córda cudrom le líne áiriṫe.
6. Tá dá ċórda ċudroma ag gearraḋ a ċéile i gciorcal, cruṫuiġ go ḃfuil an ċuid ṁór de ċórda amáin cudrom leis an gcuid ṁóir de'n ċórda eile.

14.

1. Tarraing triantán i n-a ḃfuil na sleasa 2·7″, 3·2″, 4·1″. Tomais na línte a ċeangluiġeann lárṗointí na slios. Abair cad é an ċuid de'n triantán iomlán an triantán a ḋeineann na línte seo.
2. Cruṫuiġ gur cearnóg an fíoġar a ḋeineann comroinnteoirí na n-uilleann seaċtaraċ de ḋron-uilleóig.
3. Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil AB níos sia 'ná AC. P poinnte cumair comroinnteoirí na n-uilleann B agus C. Cruṫuiġ go ḃfuil PB níos níos sia 'ná PC. An ḃfuil a aisiompó san fíor?
4. Tarraing conair stuaice triantáin ABC nuair atá AB 5·4 cm. ar ḟaid agus faid an meaḋonlíne a ċomroinneann AB 3 cm.

5. X, Y agus Z trí poinntí i gcaoi go bḟuil XY = 3″, YZ = $2\frac{1}{4}$″ agus ZX = $1\frac{1}{2}$″. Faiġ poinnte gur comḟaid dó ó sna trí poinntí X, Y agus Z.
6. Comroinntear dronlíne AB ag C. Tarraingiġtear ingir ó A, B agus C ar líne ar biṫ eile. Cruṫuiġ go bḟuil suim na n-ingear ó A agus B cudrom le dá oiread an ingir ó C.

15.

1. Tóg dronuilleóg gurab é faid trasnáin di 9 gcm. agus faid sleasa amáin 3 cm. Tomais an slios eile.
2. Triantán comċosaċ is eaḋ PQR i n-a bḟuil PQ = PR. X poinnte ar biṫ ar QR ar a leanamaint, cruṫuiġ go bḟuil PX níos sia 'ná PR.
3. Tá dá ċórda AB agus CD i gciorcal agus gearrann siad a céile in X. Is comḟaid dóiḃ ó lár an ċiorcail cruṫuiġ BX = DX.
4. Taḋlann dá ċiorcal a céile, cruṫuiġ go dtéiġeann an lárlíne tríd an bpoinnte taḋaill.
5. Tarraing dá líne a ḋeineann uille 60° le na céile. Tarraing conair iomlán lár na gciorcal a ṫaḋlann na línte sin.
6. Déan cur síos ar ṁoḋ ar biṫ ċun fairsinge ceaṫair-sleasáin d'ḟagáil. Cuir síos ceaṫairsleasán ar do ṗáipéar agus faiġ a ḟairsinge ar an ṁoḋ san.

16.

1. Tarraing líne 7 gcm. ar ḟaid agus roinn í i gcúig gcoda cudroma. Cruṫú do ċur leis.
2. XY dronlíne agus P poinnte suiḋte lasmuiġ de'n líne. Gluaisiġeann Q fan na líne XY faiġ conair lárpoinnte PQ.
3. Tarraing cearnóg a bḟuil a trasnán 2·8″ ar ḟaid. Tomais a slios agus tasḃáil an freagra tré ríom-aireaċt.
4. Tá dá ṫaḋluiḋe do ċiorcal comṫreomar le céile; cruṫuiġ go dtéiġeann líne ceangail na bpoinnte taḋaill tré lár an ċiorcail.

5. Tarraing líne 3″ ar faḋ agus cuir teasgán ciorcail uirṫi i n-a mbeiḋ uille 135°. Toṁais ga an ċiorcail.
6. Tá ceiṫre poinnte P, A, B, agus C i gcaoi go ḃfuil PA = PB agus ∠APB = 2∠ACB cruṫuiġ gur P lár an ċiorcail a ġaḃann tré A, B agus C.

17.

1. Caḋ a tuigeann tú le (a) triantán coṁfleasac (b) triantán coṁuilleannaċ? An mar a ċéile iad? Má's ceaṫairfleasáin atá i gceist an mar a ċéile iad? Léiriġ an freagra le fíoġraċa.
2. Cuir síos triantán corr-uilleannaċ ar biṫ ABC. Cas ABC timċeall ar A tré uillinn ar biṫ. Abair gur P agus Q suiḋeaṁ nua B agus C fá seaċ. Cruṫuiġ (1) PQ = BC (2) ∠CAQ = ∠PAB.
3. Tarraing ciorcal de ġa 5 cm. Cuir córda ann 6 cm. ar faḋ agus tarraing ciorcal de ġa 7·5 cm. a raġaiḋ tré ḋá ḟoirceann an ċórda. Toṁais an faḋ idir an ḋá lár agus tasḋáil an freagra tré ríoṁaireaċt.
4. Tá ḋá ċórda i gciorcal, ceann aca níos goire do lár an ċiorcail 'ná an ceann eile; cioca is sia? Cruṫuiġ t'ḟreagra.
5. Siuḃlann duine 3 míle ó ṫuaiḋ; annsan 5 míle soir ó ṫuaiḋ agus annsan 3 míle ó ḋeas; cé'n faḋ atá sé ó ḃaile anois? Cruṫuiġ an freagra.
6. Tá líne AB coṁpoinnte ag C agus XY líne ar biṫ eile. AD, BE agus CF trí h-ingir ó A, B agus C ar XY. Cruṫuiġ gurab é F lárpoinnte DE.

18.

1. Caḋ iad na coinġeallaċa nár ṁór a ċoṁal i gcaoi gur coṁionann (1) ḋá ċoṁṫreoṁarán (2) ḋá ċearnóig. Cruṫuiġ i gcás na gcoṁṫreoṁarán é.
2. Toṁais sleasa an leaṫanaiġ seo agus tarraing ar do ṗáipéar féin a ṁacasaṁail do réir scála oireaṁnaiġ. Teasbáin conus a tógfá ar an líne a léiriġeann bunn an leaṫanaiġ so, triantán i n-a mbeaḋ ceaṫraṁaḋ cuid d'ḟairsinge na fíoġraċ.

3. Tá poinnte ag gluaiseaċt i gcaoi gur comḟaid do ó ṡleasa triantáin áiriṫe; teasbáin conair an ṗoinnte sin.
4. Tarraing dá ċiorcal de ġaeṫe 1″ agus $\frac{3}{4}$″ ag tadall a ċéile go seaċtarach. Tarraing an comṫadluiḋe ag an bpoinnte tadaill. Tóg poinnte air 2″ ó'n bpoinnte tadaill. Faiġ (1) tré ríoṁaireaċt (2) tré ṫuiríoċt faid an ṗoinnte sin ó lár gaċ ciorcail.
5. An mó ciorcal a raġaḋ tré (1) dá ṗoinnte (2) trí poinntí naċ fuil cólíneaċ? Caḋ é an coingeall nár ṁór a ċomall i gcaoi go raġaḋ ciorcal tré ceiṫre poinntí? Cruṫuiġ.
6. Tarraing triantán i n-a ḃfuil na sleasa 2·25″, 3·4″, 4·2″ agus ar líne 3″ ar ḟaid tóg dronuilleóg gur comḟairsinge dó í.

19.

1. Tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil AB = 3·5 cm., BC = 5·4 cm. agus CA = 6·8 cm. Tóg triantán DEF comṡleasaċ leis. Cruṫuiġ gur ionann an dá ṫriantán.
2. Teasbáin conus a ṫógfá dronuilleóg ar aon fairsinge le comṫreoṁarán áiriṫe. Teasbáin uaiḋ sin go ḃfaiġtear fairsinge comṫreoṁaráin tré faid a ḃuinn d'iolrú fé n-a aoirde ingearaċ.
3. Cruṫuiġ gur comḟaid dos na tadluiḋṫe a tarraingiġtear do ċiorcal ó ṗoinnte lasmuiġ. (a) Tadlann ciorcal ceiṫre línte a deineann ceaṫairṡleasán. Cruṫuiġ go ḃfuil suim peirḋe aṁáin de ṡleasa an ċeaṫairṡleasáin cuḋrom le suim an ṗeirḋe eile.
4. Tóg triantán dronuilleannaċ i n-a ḃfuil an taoḃagán 7 gcm. ar ḟaid agus uille aṁáin 60°. Toṁais an ṡlios is goire.
5. Ó ṗoinnte lasmuiġ de ḋronlíne tarraing ingear ar an líne. Cruṫuiġ an tógáil agus teasbáin naċ féidir líne níos goire 'ná é do ṫarraingt ó'n ṗoinnte go dtí an líne.
6. I gcamaċearn tá ceann dos na trearnáin cuḋrom le slios; faiġ méid gaċ uilleann 'sa ḃfioġair. Má

tarraingiġtear ingear ó ṗoinnte cumair na dtrasnán ar ċeann des na sleasa, faiġ coiḃneas na gcuid i n-a roinntear an slios sin.

20.

1. Cad is eol duit mar ġeall ar ṡuim na n-uilleann seaċtarac d'ilsleasán ar biṫ? Faiġ suim na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ i sé-ṡleasán agus luaċ gaċ uilleann díoḃ nuair atá sé rialta.
2. Tarraingiġtear dá ċiorcal ar dá ṡlios de ṫriantán ar biṫ mar ṫrasnáin; taisḃeáin go ngearraid a ċéile ar an treas slios.
3. Tarraing ciorcal de ġa 6 cm. agus cuir córda ann 8 gcm. ar ḟaḋ. Tomais a ḟaḋ ó'n lár agus fíoruiġ an freagra tré ríoṁaireaċt.
4. Gan agat ċuige aċ riaġail conus a ċuirfeá ċuige féaċaint an triantán dronuilleannaċ triantán áirithe? Cuir cruṫú leis.
5. Ar líne 3″ ar ḟaḋ cuir teasgán ciorcail i n-a mbeiḋ 50°. Tomais ga an ċiorcail.
6. Cad a ṫuigeann tú le "teasgáin ċosaṁla." Má tá teasgáin ċosaṁla ar ċórdaí cudroma, cruṫuiġ gur coṁionann iad.

Roinn III

Dronuilleóga agus Cearnóga.

TAIRISGINT 1.

$(a+b)''$ do réalaḋ tré céimseatain.

A← - - - - - - - - a'' - - - - - - - - - - - B← - - - b - - - →C

← - - - - - - - - - - - - - - - $(a+b)''$ - - - - - - - - - - →

Tarraing $AB = a''$. Lean AB go dtí C agus déan $BC = b''$ $\therefore$ Réalann an dronlíne AC, $(a+b)''$.

TAIRISGINT 2.

$(a-b)''$ do réalaḋ tré céimseatain $(a > b)$.

A← - - - - - - - - - - - - a'' - - - C - - - - - - - →B

← - - - - - $(a-b)''$ - - - - - →← - - - b'' - - →

Tarraing $AB = a''$. Gearr $BC = b''$.

$\therefore$ Réalann an dronlíne AC, $(a-b)''$.

1. Na sloinn algébraca so leanas do réalaḋ tré céimseatain :—

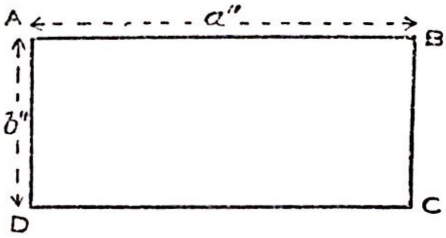
(a). $x + y - z \ (x > y > z)$ (c). $x + 4$

(b). $p + q - r \ (p > q > r)$ (d). $x - 7 \ (x > 7)$

Tairisgint 3.

An slonn "ab" do réalaḋ tré ċéimseatain.

Fairsinge dronuilleóige = a faid fé n-a leiṫeid; 'sé sin, má's a'' faid dronuilleóige agus b'' a leiṫeid, 'sé ab órlaiġe cearnaċa a fairsinge. Dá ḃríġ sin réalann dronuilleóg an slonn ab.



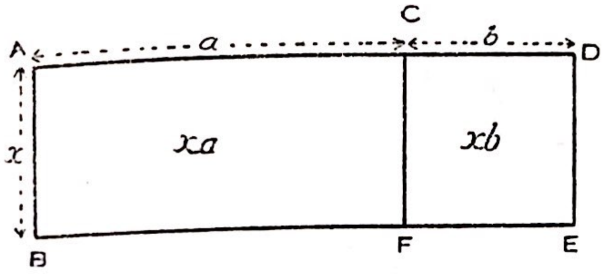
Tarraing dronlíne $AB = a''$. Tarraing $AD \perp AB$ agus cudrom le b''. Críoċnuiġ an dronuilleóg ADCB. Réalann an fíoġair ABCD an slonn ab.

1. Na sloinn so leanas do réalaḋ tré ċéimseatain :—

(a). $4x$ (b) pq (c) $3x + 4x$ (d) a^2 (e) $a^2 + ab$.

Tairisgint 4.

An comionannas $x(a+b) \equiv xa + xb$. do réalaḋ tré ċéimseatain.



Tógáil: Tarraing $AB = x$. Tarraing $AC \perp AB$ agus cudrom le a. Lean í go dtí D go mbeiḋ $CD = b$. Críoċnuiġ an dronuilleóg ABED. Tarraing $CF \perp AD$ go dteangṁuiġeann le BE in F.

Cruṫú: Fioġ. $AE = x(a+b)$
Fioġ. $AF = xa$
Fioġ. $CE = xb$
aċ fioġ. AE = fioġ. AF + fioġ. CE.
$\therefore x(a+b) = xa + xb$.

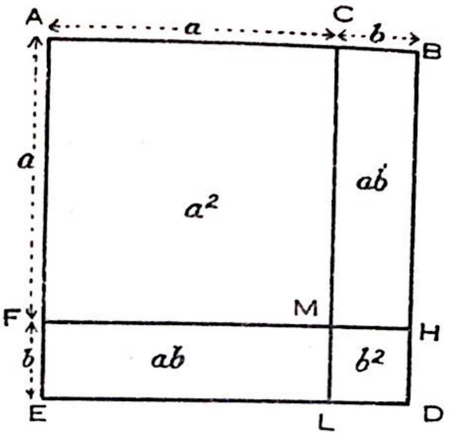
Iad so leanas do réalaḋ tré ċéimseatain:

1. $x(a-b) \equiv xa - xb$. $(a > b)$
2. $p(a+b+c) \equiv pa + pb + pc$
3. $p(a+b-c) \equiv pa + pb - pc$. (a agus $b > C$)
4. $(x+y)(a+b) \equiv xa + xb + ya + yb$.
5. $(x-y)(a-b) \equiv xa - xb - ya + yb$. ($x > y$ agus $a > b$).
6. $(x+4)(y+6) \equiv xy + 6x + 4y + 24$.
7. $a(a+b) \equiv a^2 + ab$.

   [I bfoclaiḃ: Má roinntear dronlíne i n-a dá cuid tá an dronuilleóg fé'n líne iomláin agus cuid amáin di cudrom leis an ċearnóig ar an gcuid sin móide an dronuilleóg fé'n dá ċuid.]
8. $(a+b)^2 \equiv a(a+b) + b(a+b)$.

Tairisgint 5.

An coṁionnanas $(a+b)^2 \equiv a^2+b^2+2ab$ do réalaḋ tré ċéimseatain.



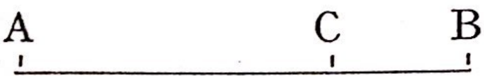
Tógáil: Tarraing AC = a. Lean í go dtí B go mbeiḋ CB = b. Ar AB tóg cearnóg AD. Gearr AF = a $\therefore$ FE = b. Tarraing CL $\perp$ AB agus FH $\perp$ AE. M pointe cumair CL agus FH.

Cruṫú: Fioġ. AD $= (a+b)^2$
Fioġ. AM $= a^2$
Fioġ. MD $= b^2$
Fioġ. CH $= ab$
Fioġ. FL $= ab$
Aċ fioġ. AD = fioġ. AM + fioġ. MD + fioġ. CH + fioġ. FL

$$\therefore (a+b)^2 = a^2+b^2+ab+ab$$
$$= a^2+b^2+2ab.$$

I bfoclaiḃ: Má roinntear líne i n-a dá cuid tá an ċearnóg ar an líne iomláin cudrom le suim na gcearnóg ar an dá ċuid móide dá oiread na dronuilleóige fé 'n dá ċuid.

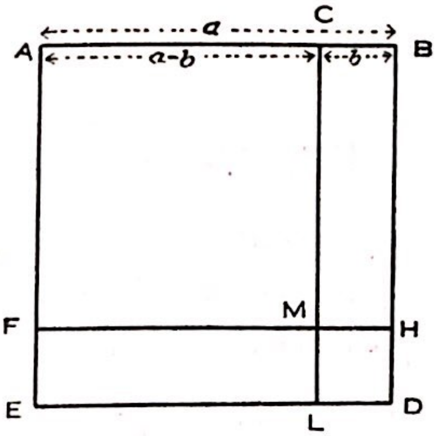
Sgríoḃtar mar seo é:



$$AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2\ AC.\ CB$$

TAIRISGINT 6.

$(a - b)^2 \equiv a^2 + b^2 - 2ab$ do réalaḋ tré ċéimseatain. $(a > b)$.



Tógáil : Déan $AB = a$. Gearr $BC = b$. Tóg cearnóg AD ar AB. Gearr $EF = b$, $\therefore AF = (a - b)$. Tarraing $CL \perp AB$ agus $FH \perp AE$. M pointe cumair CL agus FH.

Cruṫú :

$$\text{fíoġ. } AM = (a-b)^2$$
$$\text{fíoġ. } AD = a^2$$
$$\text{fíoġ. } MD = b^2$$
$$\text{fíoġ. } CD = ab$$
$$\text{fíoġ. } FD = ab$$
$$\text{aċ fíoġ. } AM = \text{fíoġ. } AD + \text{fíoġ. } MD - \text{fíoġ. } CD - \text{fíoġ. } FD$$
$$\therefore (a-b)^2 = a^2 + b^2 - ab - ab$$
$$= a^2 + b^2 - 2ab$$
$$\text{nó } a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab.$$

I bfoclaiḃ : Má roinntear líne i n-a dá cuid tá suim na gcearnóg ar an líne iomláin agus ar ċuid amáin di cudrom le dá oiread na dronuilleóige fé'n líne iomláin agus an ċuid sin móide an ċearnóg ar an gcuid eile. Sgríoḃtar mar seo é :

$$AB^2 + BC^2 = 2\,AB.BC + CA^2.$$

Léiriġ le fioġraċaiḃ :—

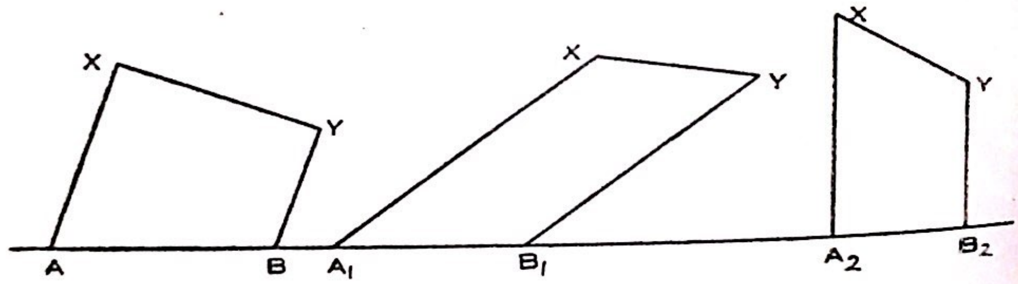
1. $(x + 3)\ (x + 4) \quad \equiv x^2 + 7x + 12$
2. $(a + 5)^2 \quad \equiv a^2 + 10a + 25$
3. $(x - 3)^2 \quad \equiv x^2 - 6x + 9$
4. $(x + 6)\ (x - 4) \quad \equiv x^2 + 2x - 24$
5. Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil $\angle C$ i n-a ḋronuillinn. Tá $CD \perp AB$, cruṫuiġ

   (1) $AD.DB = CD^2$
   (2) $AB.BD = BC^2$
   (3) $AB.AD = AC^2$.

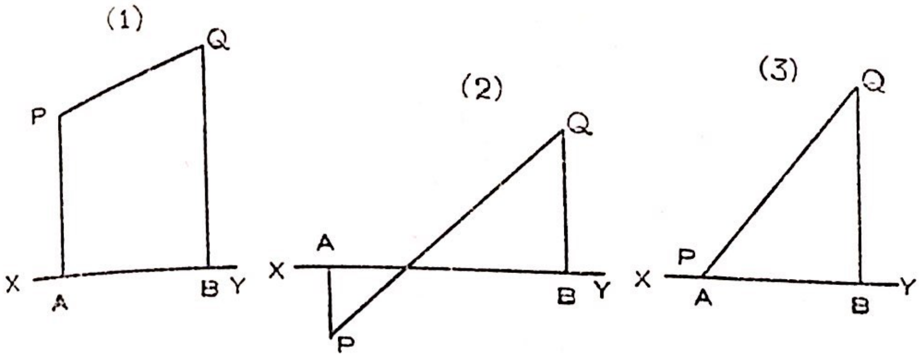
6. Teasbáin go ḃfuil an ċearnóg ar líne cuḋrom le (1) ceiṫre oireaḋ na cearnóige ar a leaṫ (2) naoi n-oireaḋ na cearnóige ar a trian.

SGÁṪ LÍNE AR LÍNE EILE.

Má cuirtear bata i n-a seasaṁ fé solus na gréine ċífear a sgáṫ ar an dtalaṁ.



Is é XY an bata agus XA agus XB gaeṫe na gréine. AB sgáṫ XY ar an dtalaṁ. A_1B_1 sgáṫ eile. Dá mbéaḋ na gaeṫe ag taiṫneaṁ anuas go h-ingearaċ (rud ná deineann siad sa tír seo), ḃéaḋ ingear-sgáṫ an ḃata ar an dtalaṁ A_2B_2



Ċun ingear-sgáṫ PQ ar XY d'ḟaġáil tarraing PA agus QB $\perp$ XY. Is é AB an t-ingear-sgáṫ ins gaċ cás. Ċítear ó sna fíoġraċa go ḃfuil trí ċásanna ann. Fíoġair (1) i n-a ḃfuil an dá ṗointe ar an dtaoḃ ċéadna de'n líne; fíoġair (2) i n-a ḃfuil siad ar malairt taoḃ agus fíoġair (3) i n-a ḃfuil pointe amáin ar an líne.

∴ Ingear-sgáṫ mírlíne ar líne eile — an fad idir cosa na n-ingear a tarraingiġtear ó ḟoircinn na mírlíne ar an líne eile.

1. Tarraing dá líne ar biṫ ar aon ḟad, aċ ná fuil comṫreorṁar agus faiġ fad a n-ingearsgáṫ ar líne ar biṫ eile.

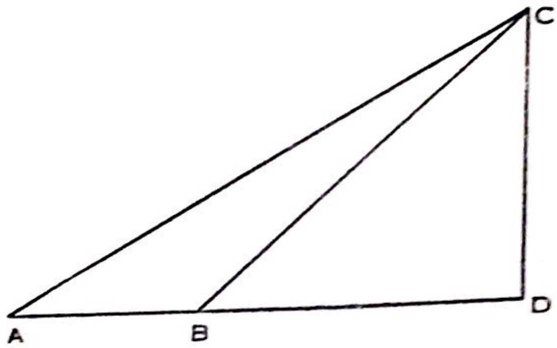
2. Má ḃíonn an dá líne cudroma i gceirt a h-aon comṫreorṁar teasbáin go mbeaḋ a n-ingearscáṫ ar líne ar biṫ eile ar aon ḟad.

3. Is é a″ fad líne, agus p″ agus q″ fad a ingearsgáṫ ar dá líne ingearaċ le céile, cruṫuiġ go ḃfuil $p^2 + q^2 = a^2$.

4. Teasbáin go ḃfuil ingearsgáṫ aon dá slios de ṫriantán ar líne ar biṫ, cudrom le h-ingearsgáṫ an treas sleasa ar an líne ċéadna.

TAIRISGINT 7.

I dtriantán maoluilleannaċ tá an ċearnóg ar an slios ar aġaiḋ na maoluilleann cudrom le suim na gcearnóg ar an dá ṡlios eile móide dá oiread na dronuilleóige fé ċeann aca agus sgáṫ-ingir an ċinn eile ar an gceann san.



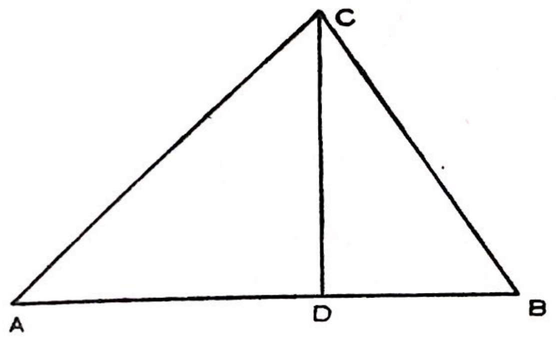
Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil B i n-a maoluillinn agus $CD \perp AB$.

Cruṫú : $$AD^2 = AB^2 + DB^2 + 2\ AB.BD$$
$$AD^2 + DC^2 = AB^2 + BD^2 + DC^2 + 2\ AB.BD$$
$$\therefore\ AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2\ AB.BD$$
$$\text{nó}\quad b^2 = c^2 + a^2 + 2\ c.BD.$$

1. San ḃfioġair ċuas má 'sé AE an t-ingear ó A ar BC cruṫuiġ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2\ BC.BE$.
2. As an dá ċeist sin tarraing go ḃfuil
$$AB.BD = BC.BE.$$

TAIRISGINT 8.

I dtriantán ar biṫ tá an ċearnóg ar ṡlios ar aġaiḋ géaruilleann cudrom le suim na gcearnóg ar an dá ṡlios eile luġaide dá oiread dronuilleóige fé ċeann aca agus sgáṫ-ingear an ċinn eile air ar an gceann san.



Triantán is eaḋ ABC i n-a ḃfuil $\angle B$ i n-a géaruillinn agus $CD \perp AB$.

Cruṫú: $$AB^2 + BD^2 = 2\,AB.BD + AD^2$$
$$\therefore AB^2 + BD^2 + DC^2 = 2\,AB.BD + AD^2 + DC^2$$
$$\therefore AB^2 + BC^2 = 2\,AB.BD + AC^2$$
nó $AB^2 + BC^2 - 2\,AB.BD = AC^2$.
nó $c^2 + a^2 - 2\,c.BD = b^2$.

1. Triantán ABC i n-a ḃfuil A i n-a maoluillinn. Tá CD ingearaċ le BA, cruṫuiġ $CA^2 = CB^2 + BA^2 - 2\,BA.BD$.

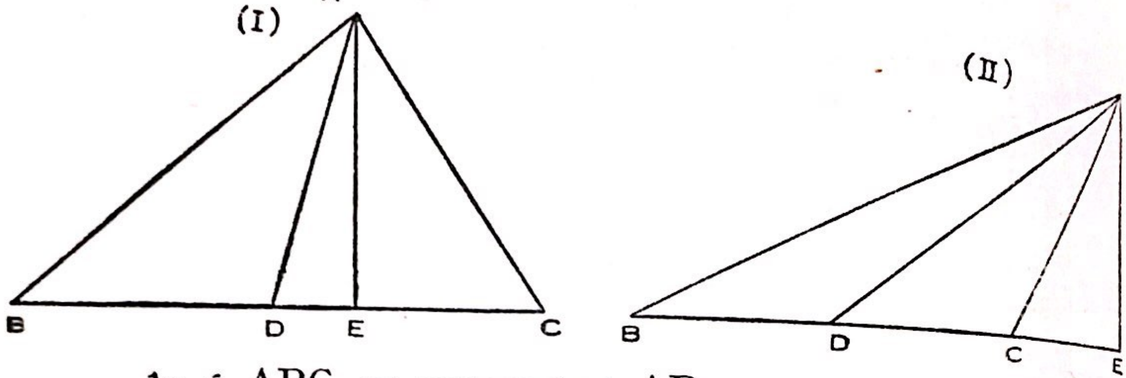
2. Triantán comċosaċ is eaḋ ABC i n-a ḃfuil $AB = AC$. Tá BD ingearaċ le AC, cruṫuiġ go ḃfuil $2\,AC.CD = BC^2$.

3. Triantán comċosaċ is eaḋ PQR i n-a ḃfuil $PQ = PR$ agus S pointe ar biṫ sa bonn QR, cruṫuiġ $PQ^2 = PS^2 + QS.SR$.

4. Cad é an teoragán a ḃéaḋ ann dá mbéaḋ an pointe S i gceist a 3 (a) i lár an buinn (b) ar an mbonn ar a leanamaint?

Tairisgint 9.

Tá ruim na gcearnóg ar aon dá ṡlios de ṫriantán cudrom le dá oiread ruim na gcearnóg ar leaṫ an treas sleasa agus ar an gcearnóg ar an meaḋonlíne a ċomroinneann é.



Is é ABC an triantán; AD, an meaḋonlíne.

Tógáil: Tarraing $AE \perp BC$.

Cruṫú: Caiṫfiḋ ceann der na h-uilleaċa $\angle ADB$ agus $\angle ADC$ beiṫ i n-a maoluillinn. Abair go bfuil $\angle ADB$ i n-a maoluillinn.

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2\,BD.DE$$
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2\,CD.DE$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 2\,AD^2 + 2\,BD^2 \; (\because BD = CD)$$

[Gabann an obair seo leis an dá ḟíoġair tuas].

I ḃfíoġair (1) tuas leig do'n poinnte A tuitim fan an ingir AE go sroiseann sé E; is é an teoragán a beiḋ annsan againn ná:

← - - - - a - - →← - - - b - →←(a — b)→

B D E C

← - - - - - - - - a + b - - - - - - →

$BE^2 + EC^2 = 2\ BD^2 + 2\ DE^2$.

Déan an rud céadna i ḃfíoġair (2), annsan beiḋ

← - - - - - - - - - - - a + b - - - - - - - - - - - - - - →

← - - - - - - - - - a - →← - - - - - - - - - - - b - - - - →

B D C←(b—a)→E

$$BE^2 + EC^2 = 2\ BD^2 + 2\ DE^2$$

Má roinntear líne go cudrom is go neaṁcudrom (go h-inṁeaḋonaċ nó go seaċtaraċ) beiḋ ruim na gcearnóg ar na coda neaṁċudroma cudrom le dá oiread ruim na gcearnóg ar leaṫ na líne agus ar an líne idir na pointí roinne.

[Nóta: Má tá $BD = a$, $DE = b$

$\therefore$ $DE = a + b$, agus $CE = a - b$ (nó $b - a$ san 2° fíoġair)

annsan beiḋ $(a + b)^2 + (a - b)^2 \equiv 2a^2 + 2\ b^2$

nó $(a + b)^2 + (b - a)^2 \equiv 2\ a^2 + 2\ b^2$]

1. Cruṫuiġ go ḃfuil ruim na gcearnóg ar ṡleasa coṁṫreorṁaráin cudrom le ruim na gcearnóg ar na trasnáin.

2. Sgríoḃ aisiompó (1) agus féaċ an ḃfuil sé fíor.

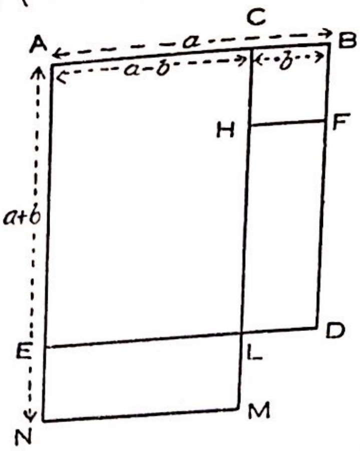
3. I dtriantán ar biṫ cruṫuiġ go ḃfuil trí oiread ruim na gcearnóg ar na sleasa cudrom le ceiṫre oiread ruim na gcearnóg ar na meaḋonlínte.

4. I gceaṫairṡleasán ar biṫ tá ruim na gcearnóg ar na sleasa cudrom le ruim na gcearnóg ar na trasnáin móide ceiṫre oiread na cearnóige ar an líne a ċeangluiġeann lár-pointí na dtrasnán.

5. Cruṫuiġ go ḃfuil ruim na gcearnóg ar ṡleasa ceaṫairṡleasáin ar biṫ cudrom le dá oiread ruim na gcearnóg ar na línte a ċeangluiġeann lár-ṗointí na sliosa ar aġaiḋ a ċéile agus ceiṫre oiread na cearnóige ar an líne a ċeangluiġeann lár-ṗointí na dtrasnán.

TAIRISGINT 10.

$a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$ do réalaḋ tré ċéimseatain.



Tógáil: Déan $AB = a$. Gearr $BC = b$. Tóg cearnóga AD agus CF ar AB agus BC fá seaċ. Lean CH go dteangṁuiġeann le ED in L agus go dtí M i gcaoi go ḃfuil $LM = b$. Críoċnuiġ an dronuilleóg EM. Anois tá $AC = a - b$ agus $AN = a + b$.

Cruṫú: $a^2 - b^2$ = fíoġ. AD — fíoġ. CF
= fíoġ. ACHFDE
= fíoġ. AL + fíoġ. HD
= fíoġ. AL + fíoġ. EM
($\because$ fíoġ.EM = fíoġ. HD)
= fíoġ. AM
= $(a + b)(a - b)$.

I ḃfoclaiḃ: Tá an deifir idir na cearnóga ar dá ḋronlíne cuḋrom leis an ndronuilleóig fé n-a suim is a ndeifir.

$$\begin{array}{c} \leftarrow b \rightarrow \\ A \leftarrow \text{- - - - - -}\ a\ \text{-}\ C\ \text{- - -}\rightarrow B\ \text{- - - - - - - - - - - - - - -}\rightarrow D \\ \leftarrow \text{- - -}\ a - b\ \text{- -}\rightarrow\leftarrow \text{- - - - - - - -}\ a + b\ \text{- - - - - - - -}\rightarrow \end{array}$$

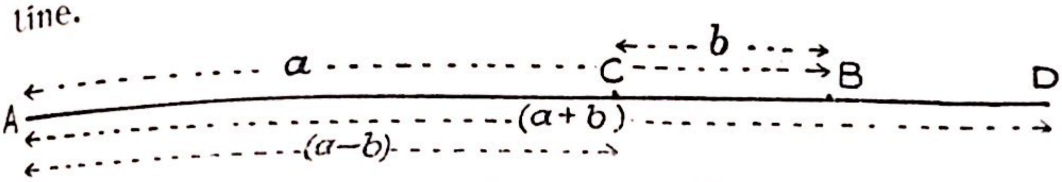
Insan ḃfíoġair sin tuas má leantar AB go dtí D i gcaoi go mbeiḋ $BD = a$, beiḋ an líne AD coṁroinnte ag B agus roinnte go neaṁċuḋrom ag C agus beiḋ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

nó $(a + b)(a - b) + b^2 = a^2$

nó $CD.CA + BC^2 = AB^2$.

Má roinntear líne go cudrom is go neamċudrom (go h-inmeadonaċ) beiḋ an dronuilleóg fé sna coda neamċudroma agus an ċearnóg ar an líne idir na pointí roinne cudrom leis an gcearnóig ar leaṫ na líne.



Ins an ḃfíoġair seo má leantar AB go dtí D i gcaoi go mbeiḋ BD = b, beiḋ AD = a + b agus AC = a — b agus beiḋ an líne CD comroinnte ag B agus roinnte go neamċudrom (go seaċtaraċ) ag A; beiḋ

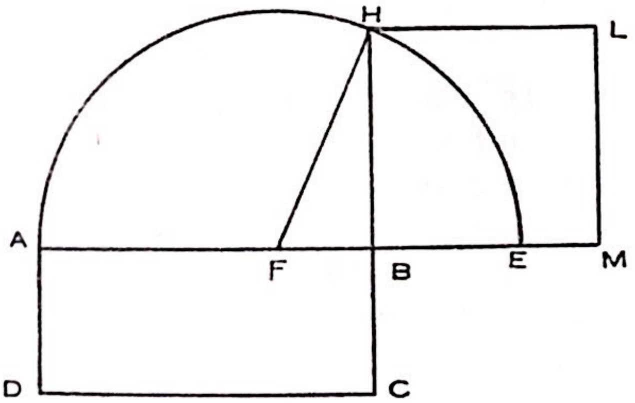
$$(a + b)\ (a - b) + b^2 = a^2$$

nó $AD.\ AC + BC^2 = AB^2$.

Má roinntear líne go cudrom is go neamċudrom (go seaċtarać) beiḋ an dronuilleóg fé sna coda neamċudroma agus an ċearnóg ar leaṫ na líne cudrom leis an gcearnóig ar an líne idir na pointí roinne.

TAIRISGINT 11.

Cearnóg do ḋéanaṁ ar aon ḟairsinge le dronuilleóig áiriṫe.



Is í ABCD an dronuilleóg.

Tógáil: Lean AB go dtí go mbeiḋ BE = BC. Comroinn AE ag F. Tóg F mar lár agus FA mar ġa tarraing leaṫċiorcal. Lean CB go dteangṁuiġeann leis an leaṫċiorcal ag H. Tóg cearnóg BHLM ar BH. Ceangail F de H.

Cruṫú:

$$\begin{aligned} AB.BE + FB^2 &= FE^2 \\ &= FH^2 \\ &= FB^2 + HB^2 \end{aligned}$$

$$\therefore AB.BE = HB^2$$

∴ Dronuilleóg AC = cearnóig HM.

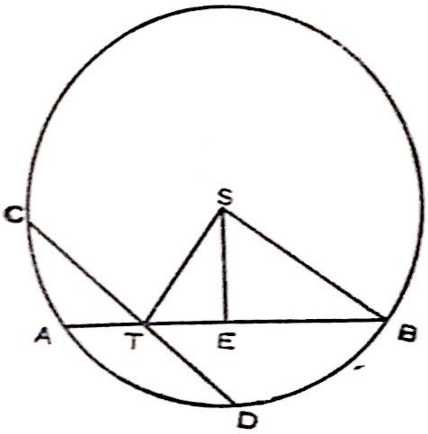
1. Tarraing dronuilleóg go mbeiḋ a sleasa x" agus y". Tóg cearnóg ar aon fairsinge léi. Cad é faid sleasa na cearnóige? Má tá $x = 3"$ agus $y = 2"$, cá bhfuil an líne a léiriġeann $\sqrt{6"}$? Teasbáin uaiḋ sin conus a ḋéanfá $\sqrt{P}$ do réalaḋ tré ċéimseatain nuair is (a) slán-uimhir nó (b) codán, P.
2. Faiġ línte a réalann tré ċéimseatain: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{12}$.
3. An rud céadna do ḋéanaṁ le: $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
4. Teasbáin conus a roinnfeá líne AB ag C i gcaoi go mbeiḋ $AC.CB$ = cearnóig áirite.
5. I gceist a 4, bhfuil aon teora le fairsinge na cearnóige sin? Teasbáin conus a roinnfeá líne i n-a dá cuid i gcaoi go mbéaḋ an dronuilleóg rúta ar an méid is mó.
6. Teasbáin conus a roinnfeá líne 7 gcm. ar faid i n-a dá cuid i gcaoi go mbeaḋ an dronuilleóg rúta cudrom le 9 gcm. cearnaċa. Uaiḋ sin faiġ réiḋteaċ na cudromóide $x^2 - 7x + 9 = 0$ tré ċéimseatain.
7. Réiḋtiġ (1) $x^2 - 6x + 4 = 0$ (2) $x^2 - 9x + 16 = 0$ (3) $x^2 - 8x + 10 = 0$ tré ċéimseatain.
8. Teasbáin conus a ḋéanfá cearnóg ar aon fairsinge le triantán áirite.
9. Teasbáin conus a ḋéanfá cearnóg ar aon fairsinge le (a) ceataiṙsleasán (b) ilsleasán ar biṫ.
10. Teasbáin conus líne AB do roinnt go seaċtarach ag E i gcaoi go mbeaḋ $AE.EB$ ar aon fairsinge le cearnóig áirite.

[Comroinn AB ag C. Tarraing BD ingearach le AB agus cudrom le slios na cearnóige. Ceangail D de C. Tóg C mar lár agus CD mar ġa, tarraing stuaḋ ciorcail a ġearrfaiḋ AB ar a leanaṁaint in E. $AE.EB + BC^2 = CE^2 = CD^2$ etc.]

11. I gceist a 11 má tá $AB = 7$ gcm. agus $BD = 4$ cm. teasbáin gurab iad AE agus BE réiḋteaċ na cudromóide $x^2 + 7x - 16 = 0$.
12. Réiḋtiġ: (a) $x^2 + 6x - 4 = 0$ (b) $x^2 + 9x - 9 = 0$ (c) $x^2 + 3x - 10 = 0$ tré ċéimseatain.

TAIRISGINT 12.

Má ġearrann dá ċorda de ċiorcal a ċéile beiḋ an dronuilleóg fé'n dá ċuid de ċeann acu cuḋrom leis an dronuilleóig fé'n dá ċuid de'n ċeann eile.



AB agus CD ag gearraḋ a ċéile in T. Le cruṫú
$$AT.TB = CT.TD.$$

Tógáil: Tarraing $SE \perp AB$. Ceangail S de T agus de B.

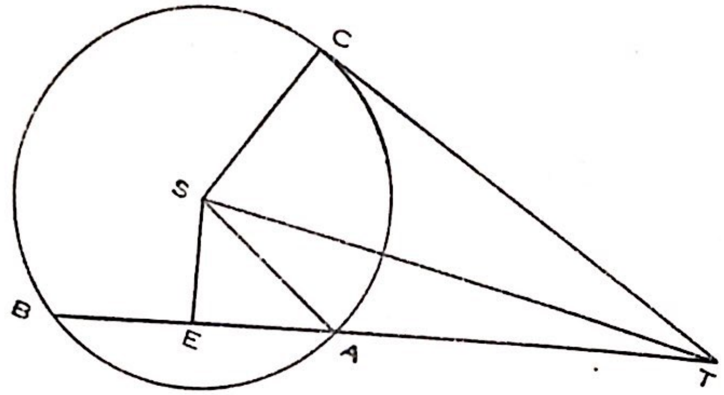
Cruṫú:
$$AT.TB + TE^2 = BE^2$$
$$\therefore AT.TB + \underbrace{TE^2 + SE^2} = \underbrace{BE^2 + SE^2}$$
$$\therefore AT.TB + ST^2 \quad = \quad SB^2 =$$ cearnóig ar ġa an ċiorcail.

Ar an gcuma gcéadna
$$CT.TB + ST^2 =$$ cearnóig ar ġa an ċiorcail.
$$\therefore \quad AT.TB = CT.TD.$$

1. A airiompó sin do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú (cruṫú neaṁḋíreaċ.)
2. An tairisgint a ċruṫú má ġearrann na córdaí a ċéile lasmuig de'n ċiorcal.
3. Airiompó a 2 do sgríoḃaḋ agus do ċruṫú.
4. Nuair atá an pointe cumair T lasmuig de'n ċiorcal agus nuair a castar an líne TCD timċeall ar T go dtuiteann C agus D ar a ċéile, cad é an tairisgint nua a tugann sé sin?

Tairisgint 13.

Má ṫeangṁuiġeann córda de ċiorcal ar a leanaṁaint le taḋluiḋe do'n ċiorcal sin ag poinnte ar biṫ lasmuiġ de, beiḋ an ċearnóg ar an dtaḋluiḋe cudrom leis an dronuilleóig fé'n dá ċuid i n-a roinntear an córda ag an bpoinnte sin.



Is é TAB teasgaiḋe, TC an taḋluiḋe.

Tógáil: Tarraing SE $\perp$ AB. Ceangail S de A, de T agus de C.

Cruṫú:

$$TA.TB + AE^2 = ET^2$$

$$\therefore TA.TB + \underbrace{AE^2 + SE^2}_{} = \underbrace{ET^2 + SE^2}_{}$$

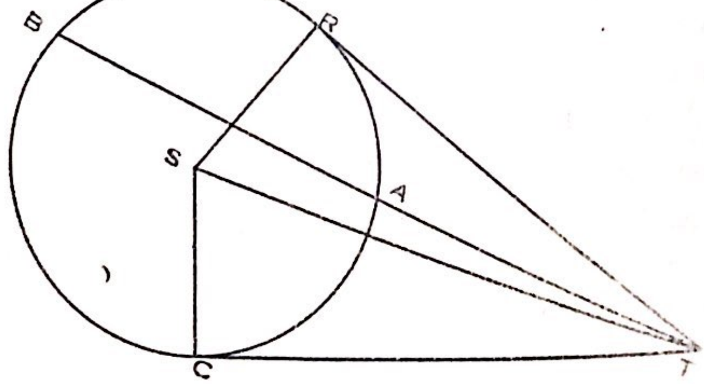
$$TA.TB + SA^2 = ST^2$$

$$= SC^2 + TC^2$$

aċ $SA^2 = SC^2$

$$\therefore \quad TA.TB = TC^2$$

A aisiompó san:—



TA.TB = TC^2 cruṫuiġ gur taḋluiḋe TC do'n ċiorcal.

Tógáil : Tarraing TR ag taḋall an ċiorcail ag R. Ceangail S de R, de T agus de C.

Cruṫú :

$$TA.TB = TC^2$$
$$= TR^2$$
$$\therefore TC = TR$$
$$SR = SC$$
$$ST = ST$$

$\therefore \angle TRS = \angle TCS$ aċ dronuille $\angle TRS$

$\therefore$ dronuille $\angle TCS$ $\therefore$ taḋluiḋe TC.

1. Nuair a leantar líne AB gearrann sé líne XY in P. Gearr PC agus PD ar XY i gcaoi go mbeiḋ PB.PA $= PC^2 = PD^2$. Teasbáin gur taḋluiḋe XY dos na ciorcail timċeall ar na triantáin ABD agus ABC.

2. Teasbáin conus a tógfá ciorcal a raġaḋ tré ḋá ṗoinnte áiriṫe agus a taḋlfaḋ dronlíne áiriṫe. An mó réidteaċ atá ann ?

3. Ceist a 2 do ḋéanaṁ nuair atá an líne a ċeangluiġeann na poinntí coṁṫreorṁar leis an líne eile.

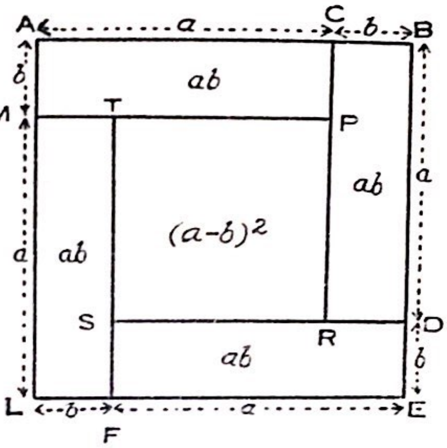
4. Ciorcal a taḋlann ḋá ḋronlíne atá ag gearraḋ a ċéile agus a téiġeann tré ṗoinnte suiḋte aṁáin, cruṫuiġ go dtéiġeann sé tré ṗoinnte suiḋte eile.

5. Ceist a 4 a ḋéanaṁ má's línte coṁṫreorṁara an dá ḋronlíne.

6. Conus a tógfá ciorcal a taḋlfaḋ ḋá ḋronlíne atá ag gearraḋ a ċéile agus a raġaḋ tré ṗoinnte áiriṫe. An mó réidteaċ atá ann ? An ceist ċéadna má's línte coṁṫreorṁara an dá ḋronlíne.

Tairisgint 14.

$(a + b)^2 - (a - b)^2 \equiv 4ab$ do réalaḋ tré ċéimseatain.



Tógáil: Tarraing líne $AC = a$ agus lean é go dtí B i gcaoi go mbeiḋ $CB = b$. Tarraing $BD \perp AB$ agus cudrom le a. Lean é go dtí E i gcaoi go mbeiḋ $DE = b$. Críoċnuiġ an ċearnóg AE. Gearr $EF = a \therefore LF = b$. Gearr $LM = a \therefore MA = b$. Tarraing MP, CR, DS, FT comṫreomar le sleasa na cearnóige.

Cruṫú: Fíog. $AE = (a + b)^2$ agus fíog. $TR = (a - b)^2$

$\therefore (a + b)^2 - (a - b)^2 =$ fíog. AE — fíog. TR

$=$ fíog. AP + fíog. CD + fíog. DF + fíog. FM

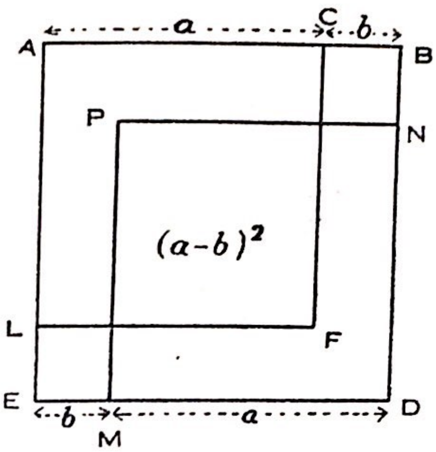
$= ab + ab + ab + ab$

$= 4\,ab.$

1. Léiriġ tré ċéimseatain.
   (1) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 \equiv 12x.\quad (x > 3)$
   (2) $(7 + P)^2 - (7 - P)^2 \equiv 28P.\quad (7 > P).$

TAIRISGINT 15.

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2.$$



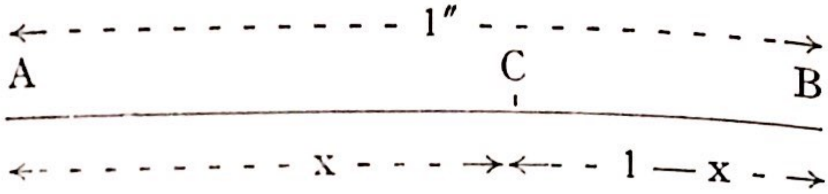
Tógáil: Tarraing AC = a agus lean í go dtí B i gcaoi go mbeiḋ CB = b. Tóg cearnóg ABDE ar AB agus cearnóg ACFL ar AC. Gearr DM = a. Tóg cearnóg DMPN ar DM.

Cruṫú: Fíoġ. AD $= (a+b)^2$
Fíoġ. PF $= (a-b)^2$
Fíoġ. AF $= a^2$
Fíoġ. PD $= a^2$
Fíoġ. CN $= b^2$
Fíoġ. LM $= b^2$

Fíoġ. AD + fíoġ. PF = fíoġ. AF + fíoġ. PD + fíoġ. CN + fíoġ. LM

$$\therefore\ (a+b)^2+(a-b)^2 = a^2+a^2+b^2+b^2$$
$$= 2a^2+2b^2.$$

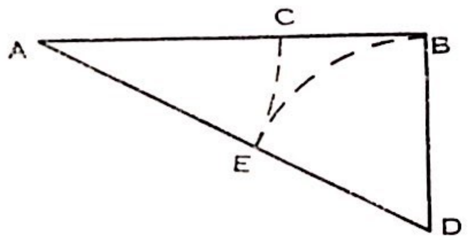
1. Léiriġ tré ċéimseatain
   (a). $(x+2)^2+(x-2)^2 \equiv 2x^2+8 \quad (x>2)$
   (b). $(3+p)^2+(3-p)^2 \equiv 18+2p^2 \quad (3>p)$



Tá an líne AB 1″ ar ḟaid agus tá sí roinnte ag C i gcaoi go ḃfuil AB.BC = AC²; faiġ faid BC agus AC.

$$\text{Abair } AC = x''$$
$$\therefore BC = (1 - x)''$$
$$\therefore (1 - x) = x^2$$
$$\therefore x^2 + x - 1 = 0$$
$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$
$$\therefore AC = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

Tugann sé sin móḋ céimseaṫaṁail ċun líne 1″ ar ḟaid do roinnt ar an gcuma seo.



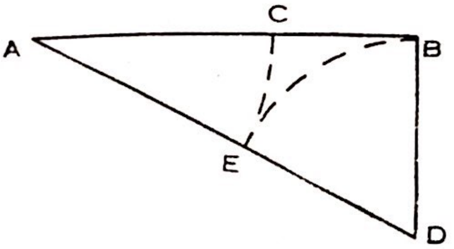
Óir má tá AB = 1″ agus BD ⊥ AB agus $\frac{1}{2}''$ ar ḟaid beiḋ $AD = \frac{\sqrt{5}''}{2}$ Gearr $DE = \frac{1}{2}''$ $\therefore AE = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)''$ Gearr $AC = AE$ $\therefore AE = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)''$ ∴ má tá AC = x beiḋ $1\ (1 - x) = x^2$ nó $AB.AC = BC^2$.

1. Roinn líne AB atá 3″ ar ḟaid ag C i gcaoi go mbeiḋ AB.BC = AC². Faid AC agus BC d'áiriṁ.

2. An rud céadna do ḋéanaṁ le líne 9 gcm. ar ḟaid.

TAIRISGINT 16.

Dronlíne AB do roinnt go h-inṁeaḋonaċ ag C i gcaoi go mbeiḋ AB.BC = AC².



Tógáil : Tarraing BD $\perp$ AB agus $= \frac{1}{2}$ AB. Ceangail AD. Tóg D mar lár agus DB mar ġa, agus tarraing stuaḋ BE a ġearrfaiḋ AD ag E. Le A mar lár agus AE mar ġa tarraing stuaḋ EC a ġearrfaiḋ AB ag C.

Cruṫú :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$\therefore AE^2 + ED^2 + 2\,AE.ED = AB^2 + BD^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad AE^2 &= AB^2 - AE.2\,ED \\ &= AB^2 - AE.AB \\ &= AB\,(AB - AE) \\ &= AB\,(AB - AC) \\ &= AB.BC \end{aligned}$$

$$\therefore AC^2 = AB.BC.$$

Nó níos simpliḋe tré Algéabar

Abair $AB = a \;\therefore\; BD = \dfrac{a}{2},\; DE = \dfrac{a}{2}$ agus

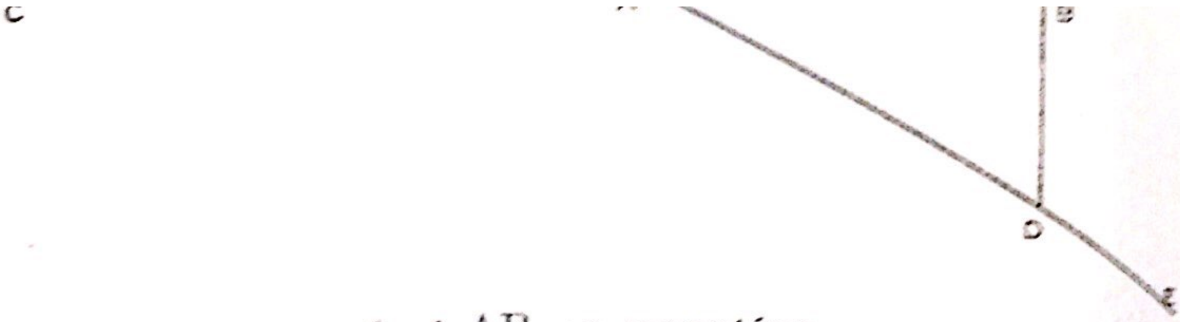
$EA = x \;\therefore\; AC = x,\; BC = a - x.$

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore x^2 + ax + \frac{a^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 &= a^2 - ax \\ &= a\,(a - x) \end{aligned}$$

$$\therefore AC^2 = AB.BC.$$



Is í AB an ḋronline.

Tóġáil : Tarraing BD ⊥ AB agus cuḋrom le na leaṫ. Ceangail AD. Tóġ D mar lár agus DB mar ġa agus tarraing an stuaḋ BE a ġearrfaiḋ AD ar a leanaṁaint in E. Tóġ A mar lár agus AE mar ġa agus tarraing an stuaḋ EC a ġearr-faiḋ BA ar a leanaṁaint in C.

Cruṫú : Abair AB = a $\therefore$ BD = $\frac{a}{2}$, DE = $\frac{a}{2}$, EA = x,

DA = x — $\frac{a}{2}$, AC = x agus BC = a + x.

$$\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$x^2 - ax + \frac{a^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore \quad x^2 = a^2 + ax$$

$$= a(a + x)$$

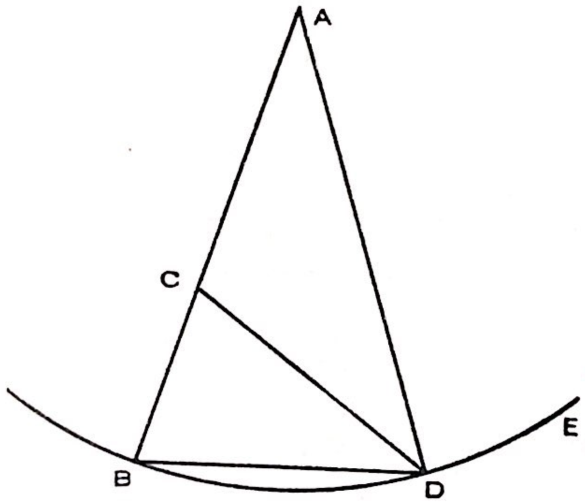
$$\therefore \quad AC^2 = AB.BC$$

(Nó cruṫú tré ċéimseaṫain mar atá sa tairis-gint roimis seo, aċ atá an cruṫú so an-áiseaṁail.)

1. San ḃfíoġair tuas má tá AB = 1" faiġ faiḋ AC. Le cabair na fíoġraċ so miniġ an ḋá réiḋteaċ a ġeibtear sa ċuḋromóiḋ $1 + x = x^2$.
2. Taisbáin le cabair Algébair conus a roinnfeá líne AB i n-a ḋá cuiḋ ag C i gcaoi go mbeiḋ AB.BC = (a) 2 AC^2 (b) 3 AC^2. Miniġ an ḋá réiḋteaċ ins gaċ cás.

Tairisgint 18.

Triantán comċosaċ do ḋéanaṁ i n-a mbeiḋ gaċ bonnuille cuḋrom le ḋá oiread na stuaicuilleann.



Tógáil: Tarraing líne ar biṫ AB. Roinn ag C í igcaoi go mbeiḋ $AB.BC = AC^2$. Tóg A mar lár agus AB mar ġa agus tarraing ciorcal. Déan córda $BD = AC$. Ceangail AD agus CD.

Cruṫú:
$$AB.BC = CA^2$$
$$= DB^2$$

∴ taḃluiḋe BD do'n ċiorcal timċeall ar an $\triangle ACD$

$$\therefore \quad \angle BDC = \angle BAD$$
$$\angle BCD = \angle BAD + \angle ADC$$
$$\therefore \quad \angle BCD = \angle BDC + \angle ADC$$
$$= \angle ADB$$
$$= \angle ABD$$
$$\therefore \quad CD = BD$$
$$= CA$$
$$\therefore \quad \angle CDA = \angle BAD$$
$$\therefore \quad \angle BDA = 2\angle BAD = \angle ABD$$

1. Cad is luaċ do sna h-uilleaċa ins an triantán ABD?
2. Cad iad uilleaċa an triantáin ACD?

3. Teasbáin conus a ṫógfá ar bonn áiriṫe triantán coṁċosaċ i n-a mbéaḋ gaċ bonnuille cudrom le ḋá oiread na stuaicuilleann.

4. Teasbáin gur sleasán deiċṡleasáin riarṫa sa ċiorcal iomlán an líne BD.

5. Má ġearrann an ciorcal atá timċeall ar an dtriantán ACD an ciorcal eile ag E, teasbáin DE = BD agus gur sleasán cúigṡleasáin riarṫa sa ċiorcal beag an líne DE.

6. Sa triantán ABD má tá AB = 1″ faiġ faid BD i bfuirm uimreaċ éagcoibneastaiġe.

7. Má tarraingiġtear AE ingearaċ le BD, faiġ luaċ na gcoibneas $\frac{BE}{BA}$ agus $\frac{AE}{AB}$

Roinn IV.

Triantánaċt.

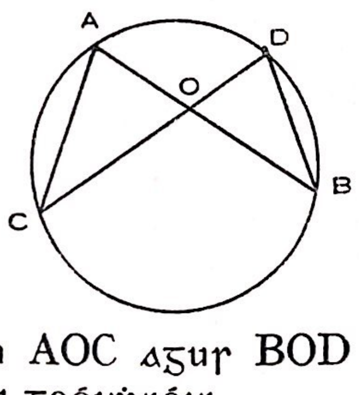
COSAṀLAĊT.

1. Tarraingiġeaḋ na scoláirí a lán triantán coṁuilleannaċ; cuir i gcás triantáin i n-a bfuil uilleaċa 45°, 60°, aċ gan iad do ḃeiṫ coṁṡleasaċ. Toṁaisidís na sleasa agus faiġidís coiḃneasa na gcoṁṡleas. (Beiḋ sé cinn de ċoiḃneasa i n-aġaiḋ gaċ triantáin). Déan táiḃle de ṫorṫaí na buiḋne iomláine. Sé an tát a tarraingeoċtar as a leiṫéid de ṫriail ná gurab ionann na coiḃneasa. Sé sin: i dtriantáin ċoṁuilleannaċa tá coiḃneas na gcoṁṡleas cuḋrom. Deirtear annsan go bfuil na triantáin cosaṁail.

2. Deineaḋ na scoláirí an triail ċéadna i gcás (a). ceaṫairṡleasáin (b). cúigṡleasáin agus ċífear dóiḃ annsan naċ ionann an dá ċás; naċ leor iad a ḃeiṫ coṁuilleannaċ aṁáin ċun go mbeidís cosaṁail le n-a ċéile; cuir i gcás dronuilleóg agus cearnóg. Caiṫfear dá ċoinġeall do ċoṁall sar a mbeiḋ ilṡleasáin cosaṁail:
   (1) Ní mór dóiḃ ḃeiṫ coṁuilleannaċ
   (2) Ní mór dá sleasa ḃeiṫ i gcóiṁréir.

3. Ag baint úsáide de'n ṫréiṫ atá ag triantáin coṁuilleannaċa, is féidir roinnt des na tairisgintí atá cruṫuiġṫe ċeana, do ċruṫú ar ṡliġe níos simpliḋe, mar atá:

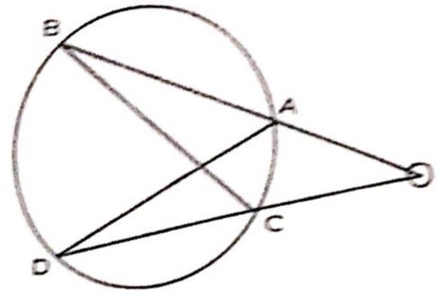
A.



Tá na triantáin AOC agus BOD coṁuilleannaċ
∴ tá na sleasa i gcóiṁréir.

$$\therefore \quad \frac{CO}{OA} = \frac{BO}{OD} \qquad \therefore CO.OD = OA.BO$$

B.



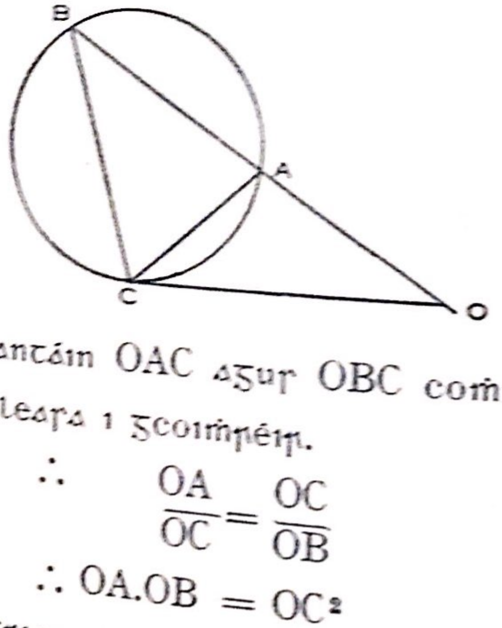
Tá na triantáin OAD agus OBC coṁuilleannaċ

∴ tá na sleasa i gcoiṁréir.

$$\therefore \quad \frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OB}$$

$$\therefore OA.OB = OC.OD.$$

C.



Tá na triantáin OAC agus OBC coṁuilleannaċ

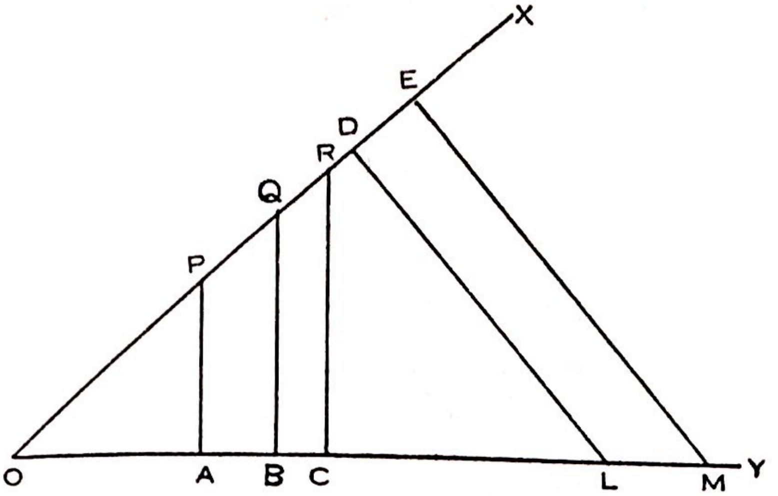
∴ tá na sleasa i gcoiṁréir.

$$\therefore \quad \frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OB}$$

$$\therefore OA.OB = OC^2$$

Tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil B i n-a ḋron-uillinn. Tarraing BD ingearaċ le AC, cruṫuiġ go ḃfuil na trí triantáin ABC, ABD agus CBD coṁuilleannaċ. Sgríoḃ síos na coiḃneasa go léir atá coṫrom le céile. As san faiġ na torṫaí seo (atá cruṫuiġṫe ċeana)

(1) $AD.DC = DB^2$; (2) $AC.CD = CB^2$; (3) $CA.AD = AB^2$.



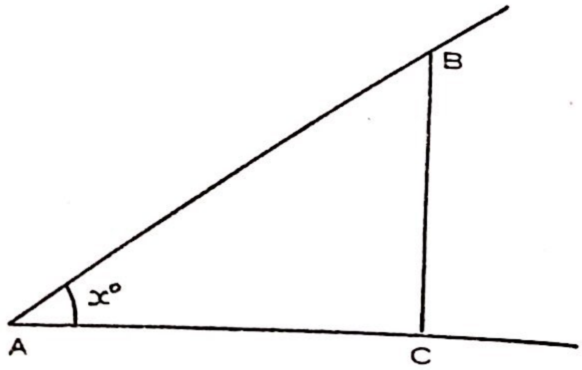
Tarraing uille ar biṫ XOY. Toġ poinntí P, Q agus R in OX. Tarraing PA, QB agus RC ingearaċ le OY. Toġ poinntí ar biṫ L agus M in OY agus tarraing LD agus ME ingearaċ le OX. Tá na triantáin dronuilleannaċa go léir PAO, QBO, RCO, LDO agus MEO coṁuilleannaċ.

$$\therefore \quad \frac{PA}{OP} = \frac{QB}{OQ} = \frac{RC}{OR} = \frac{DL}{OL} = \frac{ME}{OM}$$

∴ Is cuma cá dtógtar poinnte i gceaċtar des na géaga agus ingear do ṫarraingt ar an ngéig eile, beiḋ an coiḃneas idir an ingear sin agus taoḃagán an triantáin dronuilleannaiġ a deintear dá ḃarr tairisṁeaċ. Sé sin ní aṫróċaiḋ sé go n-aṫróċaiḋ an uille. Dá ḃriġ sin is feiḋm de'n uillinn é.

"Feiḋm triantánaṁail de'n uillinn" a tugtar air agus tá sé cinn des na feiḋmeanna sin ann; agus ós rud é go mbeaḋ sé áiseaṁail ainmneaċa gairide beiṫ orra tugaḋ a leiṫéid sin d'ainmneaċa dóiḃ. Is iad so leanas iad: (ba ċeart a ṁúineaḋ conus a ṫáinig na h-ainmneaċa).

Na sé coiḃneasa triantánaṁla.



Abair $\angle BAC = x^\circ$

1. $\dfrac{\text{An slios ós coṁair na h-uilleann}}{\text{An taoḃagán}} = \dfrac{BC}{AB} = \text{sinus } x^\circ$
(sgríoḃtar sin x)

2. $\dfrac{\text{An slios gairid do'n uillinn}}{\text{An taoḃagán}} = \dfrac{AC}{AB} = \text{cósinus } x^\circ$
(sgríoḃtar cósin x)

3. $\dfrac{\text{An slios ós coṁair na h-uilleann}}{\text{An slios gairid do'n uillinn}} = \dfrac{BC}{AC} = \text{taḋluiḋe } x^\circ$
(sgríoḃtar taḋl x)

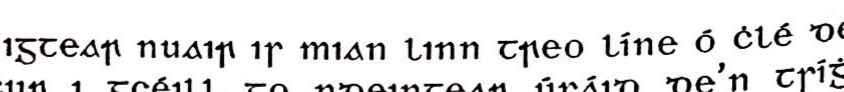
Deiliḋin 1. $\dfrac{AB}{BC} = \text{cóṫeasgaiḋé } x^\circ$ (sgríoḃtar cóṫeasg x)

Deiliḋin 2. $\dfrac{AB}{AC} = \text{teasgaiḋe } x^\circ$ (sgríoḃtar teasg x)

Deiliḋin 3. $\dfrac{AC}{BC} = \text{cóṫaḋluiḋe } x^\circ$ (sgríoḃtar cóṫaḋl x)

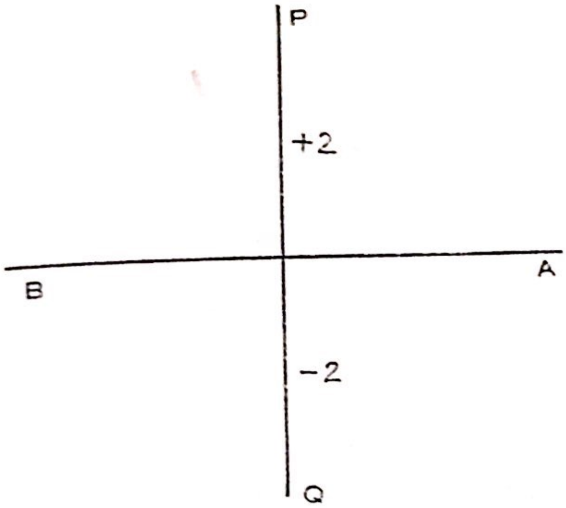
Ba ċeart do'n sgoláire na trí deiliḋneaċa seo do sgríoḃaḋ i bḟoclaiḃ mar a deineaḋ tuas agus na sé coiḃneasa do ċur de ġlanṁeaḃair.

Nóta ar ṡíġneaċa a ġabann le dronlínte.



Tuigtear nuair is mian linn treo líne ó ċlé deiseal do ċur i gcéill go ndeintear úsáid de'n tsígin +. Cuir i gcás OA = + 2, OB = — 2.

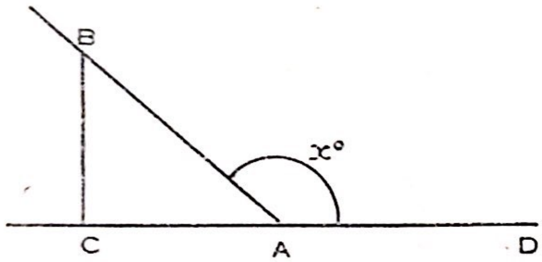
Ar an gcuma gcéadna OP (suas ó $OA) = +2)$
OQ (síos ó $OA) = -2.$



Nuair a bíonn géag uilleann ag casaḋ ċimċeall ar pointe gabann an tsíġin + léi i gcoṁnuiḋe.

Coibneasa triantánaṁla uilleann ar biṫ d'aimsiú.

1. Maoluille :



Abair gur maoluille $\angle DAB$

Tóg B pointe ar biṫ san ġéig AB atá ag casaḋ ṫimċeall agus tarraing ingear BC ar an mbunlíne AD.

$$\text{sín } x = \frac{BC}{AB} \text{ (deimneaċ } \because BC \text{ deimneaċ)}$$

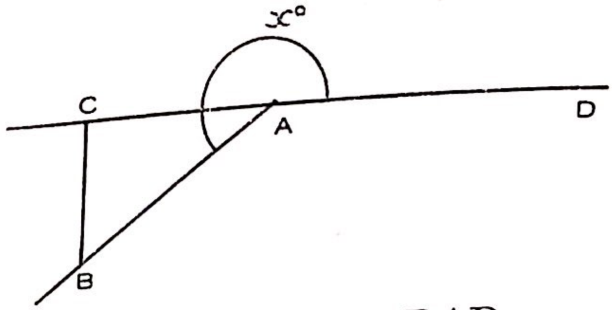
$$\text{cósín } x = \frac{AC}{AB} \text{ (diúltaċ } \because AC \text{ diúltaċ)}$$

$$\text{tadl } x = \frac{BC}{AC} \text{ (diúltaċ } \because AC \text{ diúltaċ)}$$

Is furaste sígin na gcoibneas eile d'ḟeicsint mar is iad deiliḋneaċa na gceann san tuas iad.

2. Uille aisḟillte. (ḋá ċás.)

(a) Uille atá níos mó 'ná ḋá ḋronuillinn agus níos luġa 'ná trí.



Abair gur uille aisḟillte $\angle DAB$

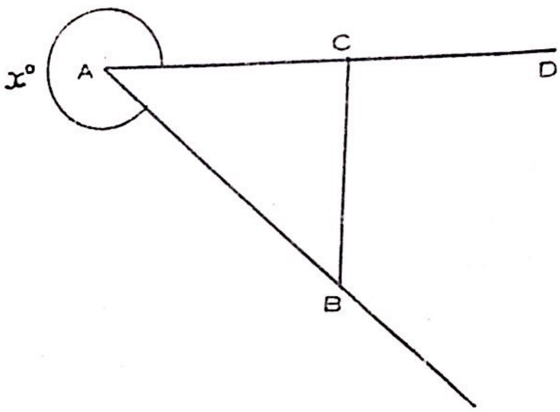
Tóg pointe ar bit B san ġéig a ḃíonn ag casaḋ agus tarraing BC ingearaċ leis an mbunlíne AD.

sin x $= \dfrac{BC}{BA}$ (diúltaċ ∵ BC diúltaċ)

cósin x $= \dfrac{CA}{BA}$ (diúltaċ ∵ CA diúltaċ)

taḋl x $= \dfrac{BC}{AC}$ (deiṁneaċ ∵ BC agus AC diúltaċ)

(b) Uille atá níos mó 'ná trí dronuilleaċa agus níos luġa 'ná ceiṫre cinn.



Abair gur uille aisfillte $\angle DAB$

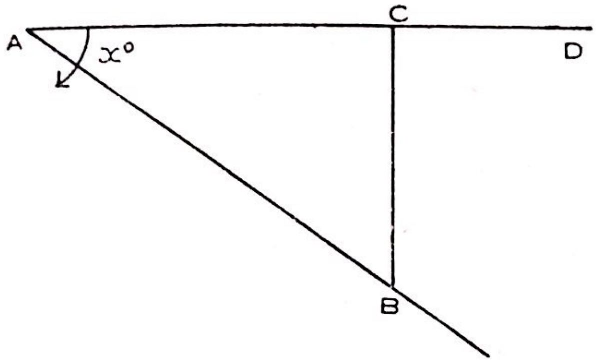
Tóg pointe ar bit B san ġéig a ċasann. Tarraing BC ingearaċ leis an mbunlíne AD.

sin x $= \dfrac{BC}{BA}$ (diúltaċ ∵ BC diúltaċ)

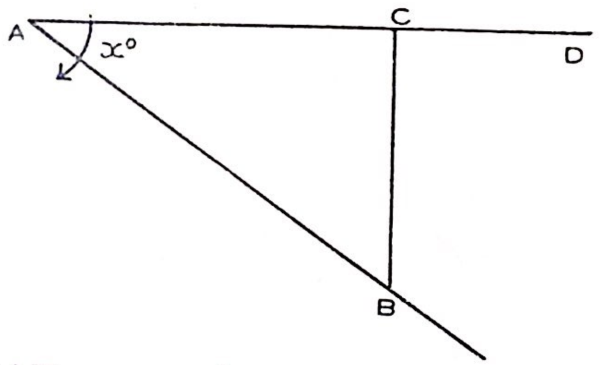
$$\text{cóṡín } x = \frac{AC}{AB} \text{ (deimneaċ } \because AC \text{ deimneaċ)}$$

$$\text{taḃl } x = \frac{BC}{AC} \text{ (diúltaċ } \because BC \text{ diúltaċ)}$$

(3). Uilleaċa diúltaċa: Ins na h-uilleaċa a ḃí i gceist go dtí seo tabair fé'n ndeara go raiḃ an líne ag casaḋ tuaṫal i gcoṁnuiḋe. Deintear úsáid de'n tsíġin minus ċun uilleaċa a deintear le líne a ċasaḋ sa treo eile, do ċur i gcéill.



AD an bunlíne. Castar í i dtreo an ċinn-saiġde go mbeiḋ x° bainte amaċ aici. Deirtear annsan go ḃfuil $\angle DAB = -x^\circ$.



$$\angle DAB = -x^\circ$$

$$\text{sín } -x^\circ = \frac{BC}{AB} \text{ (diúltaċ } \because BC \text{ diúltaċ)}$$

$$\text{cóṡín } -x^\circ = \frac{AC}{AB} \text{ (deimneaċ } \because AC \text{ deimneaċ)}$$

$$\text{taḃl } -x^\circ = \frac{BC}{AC} \text{ (diúltaċ } \because BC \text{ diúltaċ agus } AC \text{ deimneaċ).}$$

Buḋ ceart na síġneaċa atá ag coiḃneasa (1) maoluilleann diúltaiġe (2) uilleann aisfillte diúltaiġe d'aimsiú díreaċ mar a deineaḋ leis na h-uilleaċa deimneaċa.

1. Cad iad na sígneaċa a ġaḃann le
(a). sín 170° (b). teasg 235° (c). cóṫaḋl 315° (d). teasg — 15° (e). taḋl — 130° (f). cóṫeasg 220° (g). cóṡín — 320°.
2. Tá uille deiṁneaċ A ann agus tá a sín = + ·3, teasbáin go luiġeann in-áit éigin idir 0° agus 180°.
3. Tá sín A = ·4 cad é luaċ (1) sín (180° — A) (2) cóṡín (180° — A) (3) taḋl (180° — A)?
4. Cad é an gaol atá idir coibneasa triantánaṁla uilleann ar biṫ agus coibneasa a foirlín?
5. Má tá sín A = ·5 sgríoḃ síos (1) sín (90° — A) (2) cóṡín (90° — A) (3) taḋl (90° — A).
6. Cad é an gaol atá idir coibneasa triantánaṁla uilleann agus coibneasa a h-allṗoinne?
7. Faiġ an gaol atá idir feiḋmeanna x° agus feiḋmeanna (1) 90° + x (2) 180° + x (3) 270° ± x (4) 360° — x.
8. An ċeist ċéadna le feiḋmeanna + x° agus feiḋmeanna — x°.
9. Do réir mar atá géaruille ag dul i méid teasbáin go ḃfuil (1) a sínus ag dul i méid leis (2) a cóṡínus ag dul i luiġead. Conus atá an sgéal nuair is (a) maoluille í (b) uille aisfillte í?
10. Déan amaċ an táible seo :—

x°	10°	20°	30°	. . . .	350°
sín x°					

Tarraing a ġraf sin. Léiġ ó'n ġraf
(1) sín 30°, sín 45°, sín 60°
(2) sín 0°, sín 90°, sín 180°, sín 270°, sín 360°.
11. Déan amaċ luaċ sín 0°, 90° ⁊rl. ar sliġe eile.
12. An rud céadna do ḋéanaṁ le cóṡín na n-uilleann gcéadna. Déan táible de sna luaċa san.
13. Teasbáin naċ féidir do luaċ sínus ná cóṡínus uilleann ar biṫ ḃeiṫ níos mó 'ná a h-aon agus naċ féidir do teasgaiḋe ná do ċóteasgaiḋe uilleann ḃeiṫ níos luġa 'ná a h-aon.

14. Teasbáin gur féidir luaċ ar biṫ ḃeiṫ ag taḋluiḋe nó comṫaḋluiḋe uilleann.

15. Cad a ḃaineann do luaċ an taḋluiḋe fad atá an uille ag comġarú do 90°? Cad é luaċ taḋl 90°?

16. Tarraing graf taḋl x idir $x = 0°$ agus $x = 360°$. Sgrīoḃ ó'n ġraf (1) taḋl 30°, taḋl 45°, taḋl 60°. (2) taḋl 90°, taḋl 180°, taḋl 270°, taḋl 360°.

17. Léiġ ós na grafanna (1) sín 13° (2) taḋl 37° (3) cósín 75°. Cuir i gcomparáid leis na luaċa atá sna táiblí iad.

18. Déan triantán ABC i n-a ḃfuil $\angle C = 90°$ cruṫuiġ (1) $\text{sín}^2 A + \text{cósín}^2 A = 1$ (2) $\text{taḋl}^2 A + 1 = \text{tearg}^2 A$ (3) $\text{cóṫaḋl}^2 A + 1 = \text{cóṫearg}^2 A$.

19. Cruṫuiġ na comionannais seo leanas:—

(1) $(\text{taḋl } A - \text{sín} A)^2 + (1 - \text{cósín } A)^2 \equiv (\text{tearg } A - 1)^2$

(2). $\text{sín}^4 A - \text{cósín}^4 A \equiv 1 - 2\ \text{cósín}^2 A$

(3). $$\frac{(1 + \text{sín } B)\ (1 + \text{tearg } B)}{(1 + \text{cósín } B)\ (1 + \text{cóṫearg } B)} \equiv \text{taḋl } B.$$

(4). $(\text{sín } A + \text{cósín } A)\ (\text{sín } A - \text{cósín } A) \equiv 2\ \text{sín}^2 A - 1 \equiv 1 - 2\ \text{cósín}^2 A.$

(5). $$\text{sín } A\ \text{cósín } A \equiv \frac{\text{cóṫaḋl } A}{\text{cóṫaḋl}^2 A + 1}$$

(6). $\text{sín}^6 x + \text{cósín}^6 x \equiv 1 - 3\ \text{sín}^2 x\ \text{cósín}^2 x$

(7). $$\text{tearg}^6 \alpha - \text{taḋl}^6 \alpha \equiv 1 + \frac{3\ \text{sín}^2 \alpha}{\text{cósín}^4 \alpha}$$

(8). $(2\,\text{cósín } \Theta - \text{sín } \Theta)^2 + (2\,\text{sín } \Theta + \text{cósín } \Theta)^2 \equiv 5.$

20. Cruṫuiġ

$(\text{sín } A\ \text{cósín } B + \text{cósín } A\ \text{sín } B)\ (\text{sín } A\ \text{cósín } B - \text{cósín } A\ \text{sín } B) = \text{sín}^2 A - \text{sín}^2 B.$

21. Má tá $x = r\ \text{cósín } \Theta$ agus $y = r\ \text{sín } \Theta$ cruṫuiġ

$r^2 = x^2 + y^2$ agus $\text{taḋl } \Theta = \dfrac{x}{y}.$

22. Cad é an gaol atá idir x agus y má tá (1). $x = 3\ \text{sín } A$ agus $y = 4\ \text{cósín } A$ (2). $\sqrt{(3x + y)} = \text{taḋl } B$ agus $\sqrt{(x - 2y)}\ \text{cósín } B = 1$ (3). $\dfrac{x}{y} = \text{cóṫaḋl } \Theta$ agus $xy\ \text{sín } \Theta = 1.$

23. Tóg triantán ABC i n-a ḃfuil $\angle C = 90°$, $AB = 1$ agus $BC = x$. Sgríoḃ síos fé ġné x feiḋmeanna na h-uilleann A.

24. Tá sin $P = \frac{5}{13}$ faiġ cósin P agus taḋl P gan luaċ na h-uilleann d'ḟaġáil ós na táiblí.

(Triantán dronuilleannaċ do ḋéanaṁ i n-a ḃfuil an taoḃaġán $= 13$ agus slios aṁáin $= 5$.)

25. Má tá cósin $C = \frac{9}{41}$ faiġ sin C agus cóṫaḋl C.

26. Má tá taḋl $x = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ faiġ sin x agus cósin x.

27. Tóg triantán dronuilleannaċ i n-a ḃfuil an taoḃaġán 3" ar faid agus sínus uilleann aṁáin $= \cdot 6$

28. Triantán ABC do tógaint i n-a ḃfuil $B = 90°$ $AB = 6$ cm. agus sin $C = \cdot 8$.

29. Triantán coṁċosaċ dronuilleannaċ i n-a ḃfuil ceann des na sleasa cudroma $= a$, cad is faid do'n taoḃaġán? Uaiḋ sin sgríoḃ síos luaċ sin 45°, cósin 45°, taḋl 45°. Cad iad luaċ na dtrí ḃfeiḋmeann eile?

30. Déan triantán coṁsleasaċ ABC i n-a ḃfuil $AB = 2x$. Tarraing AD ingearaċ le BC. Cad iad sleasa agus uilleaċa an triantáin ABD? Uaiḋ sin sgríoḃ síos feiḋmeanna go léir 30° agus 60°. Cuir na torṫaí a ġeoḃtar san dá ċeist seo i gcomparáid leis na luaċa a fuaraṫar ós na graḟanna.

31. Tearbáin go ḃfuil (1) sin $135° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) cósin $120° = -\frac{1}{2}$ (3) sin $150° = \frac{1}{2}$.

32. Faiġ luaċ x má tá (1) 2 cósin$^2 x = 1$ (2). taḋl $^2 x = 1$.

33. Faiġ luaċa na n-uilleann níos luġa 'ná 180° a ḟásóċaiḋ na cudromóidí seo leanas: (iad san le n-a ḃfuil réiltíní ní mór na táiblí d'úsáid ċun iad a réiḋteaċ.)

(1). 2 sin$^2 x - 3$ sin $x + 1 = 0$ (2) 2 sin$^2 \theta - 5$ sin $\theta = -2$

(3). $7 - 5$ sin $\theta = 6$ cósin$^2\theta$

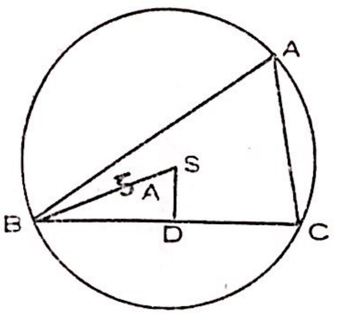
(4). $4 = 4$ sin$^2\theta + 2$ cósin θ $(\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3}$

*(5). taḋl$^2\theta = 5$ tearg $\theta - 7$

*(6). 3 sin$^2 A - 2$ sin $A - 3 = 0$

(7). 3 sin $\alpha = 2$ cósin$^2\alpha$.

Riaġail na Sínus.



Triantán ar biṫ ABC. Cuir ciorcal ṫimċeall air. Abair gurab é S lár an ċiorcail. Tarraing SD $\perp$ BC. Ceangail SB agus SC.

$$\angle BSC = 2\angle A \quad \therefore \angle BSD = \angle A.$$

$$\text{sin } A = \frac{BD}{BS} = \frac{BC}{2BS} = \frac{a}{2g} \quad \therefore 2g = \frac{a}{\text{sin } A}$$

ar an gcuma gcéadna $2g = \dfrac{b}{\text{sin } B}$

agus $2g = \dfrac{c}{\text{sin } C}$.

$$\therefore \frac{a}{\text{sin } A} = \frac{b}{\text{sin } B} = \frac{c}{\text{sin } C} = 2g$$

nó $a : b : c = \text{sin } A : \text{sin } B : \text{sin } C$

Sé sin: Órduiġeann sleasa triantáin dá ċéile mar a órduiġeann sínus na n-uilleann ar a n-aġaiḋ amaċ.

(a) An ḟuirmle sin do ċruṫú nuair is maoluille A.

1. Faiġ na sleasa eile agus an uille eile san triantán ABC nuair atá $a = 8$, $\angle B = 37°$, $\angle C = 71°$.

2. Tá trí pointí X, Y agus Z ann i gcaoi go ḃfuil $XY = 35$, $\angle XYZ = 115°$, $\angle YXZ = 21°$. Faiġ fad XZ agus YZ.

3. Tá ciorcal de ġa 3·7″ agus córda ann 2·1″ ar fad. Faiġ méid na h-uilleann a iomċruiġeann an córda ag an imlíne.

4. Triantán is eadh ABC i n-a ḃfuil $a = 12$, $\angle B = 47°$, $\angle C = 53°$, faiġ fad an ingir ó A ar BC agus fairsinge an triantáin.

5. Tá triantán i gciorcal go ḃfuil a ġa 5 cm. 47°, 95° dá uillinn de'n triantán. Faiġ faid ġaċ sleasa.

6. Cad é faid sleasa an ċúigsleasáin riarṫa a n-sgríoḃtar i gciorcal go ḃfuil a ṫreasnán 6″.

7. Tá córda i gciorcal 5·5 cm. ar ḟaid agus iom-ċruiġeann sé 53° ag imlíne an ċiorcail. Faiġ faid ġa an ċiorcail.

8. Triantán is eadh ABC i n-a ḃfuil $b = 5{\cdot}4''$, $A = 87°$, $C = 31°$. Faiġ (1) ga an imċiorcail (2) an slios a.

9. I dtriantán ABC tá $a = 13$, $b = 20$, sin $A = \frac{4}{5}$, faiġ sin C agus faid an tsleasa c.

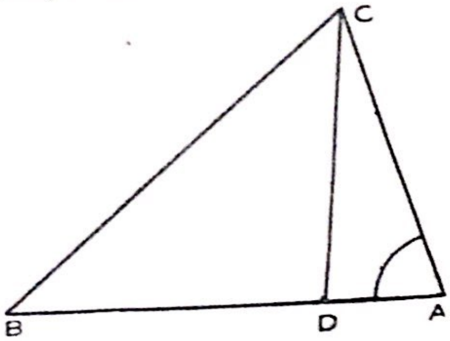
10. Dá uillinn de ṫriantán 54° agus 41° 48′, agus an slios is goire 800 slat; an slios is sia d'aimsiú.

(Nóta: Ba ċeart na fíoġraċa a ġabann leis na ceisteanna so ṫuas do ṫarraingt go cruinn nó do réir scála agus na freagraí do ḋeiṁniú tré ṫuisiġeaċt.)

Fuirmle an Ċósín.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \text{ cósín } A.$$

1. Nuair is géaruille A.



Tarraing $CD \perp BA$.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2c.AD \quad \text{aċ} \quad \frac{AD}{AC} = \text{cósín } A$$

$$\therefore AD = AC \text{ cósín } A$$
$$= b \text{ cósín } A$$

$\therefore a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc$ cósín A; ar an gcuma gcéadna

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2\,ca \text{ cósín } B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \text{ cósín } C$$

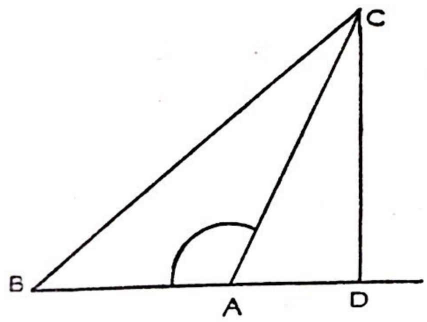
Asta san geibṫear

$$\text{cósín } A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc}$$

$$\text{cósín } B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2\,ca}$$

$$\text{cósín } C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab}$$

2. Nuair is maoluille A.



$$a^2 = b^2 + c^2 + 2\,c.\,AD \text{ aċ } \frac{AD}{b} = \text{cósín } \angle DAC$$

$$= -\text{ cósín } \angle A$$

(forlíon $\angle DAC$)

$$\therefore AD = -\,b \text{ cósín } A$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \text{ cósín } A.$$

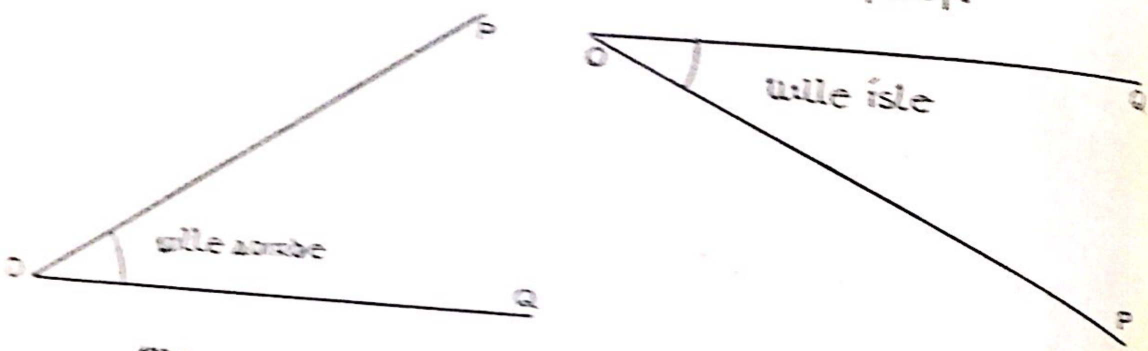
1. Faiġ uilleaċa an triantáin gurab iad a sleasa 4, 5 agus 6.
2. Faiġ an uille is mó de'n triantán gurab iad a sleasa 7, 9½ agus 11. Faiġ leis an aoirde ingearaċ is goire atá ann.
3. An uille is luġa de'n triantán ABC i n-a bḟuil a = 10, b = 12, c = 8 d'ḟaġáil. Faiġ a ḟairsinge leis.
4. 6·5″ agus 3″ faid slios coṁṫreoṁaráin agus 37° an uille eatorra, faiġ faid an dá ṫrasnán.
5. Tá slios de ṫriantán coṁ fada le dá oiread sleasa eile agus 30° an uille eatorra. Faiġ na h-uilleaċa eile.
6. Faiġ faid na dtrí n-ingear ó rinnta an triantáin ABC ar na sleasa ar a n-aġaiḋ amaċ nuair atá a = 7, b = 10, c = 12.

7. Dá ċiorcal gurab gaeṫe dóiḃ 5 cm. agus 7 gcm., gearrann siad a ċéile in A agus B. 117° an uille idir dá ġa ag A. Faiġ fad AB.

8. Siuḃlann duine trí míle ó ṫuaiḋ agus annsan 5 míle ó ṫuaiḋ 31° lám ṡoir. Cad é an fad atá sé ó ḃaile anois?

9. Deintear slios de ṫriantán comḟleasaċ do roinnt i n-a trí coda cudroma agus ceangluiġtear na pointí roinnte leis an rinn ós a gcomair amaċ. Faiġ méid na n-uilleann i n-a roinntear uille an ṫriantáin.

10. 10′ agus 8′ fad treasnán comṫreoṁaráin. 30° an uille eatorra. Faiġ fad na slios.



Má bíonn pointe ós cionn cóṫromáin is í uille airde an pointe sin 'ná an uille idir an cóṫromán agus an líne a ċeangluiġeann an dá pointe.

Má bíonn an pointe laistíos de'n cóṫromán, uille ísle a tugtar ar an uille sin annsan.

I bfíogair a h-aon $\angle QOP$ uille airde P; agus i bfíogair 2, $\angle QOP$ uille ísle P.

1. Fear atá i n-a ṡeasaṁ ar an dtalaṁ 40 troiġ ó bun tiġe ċíonn sé gurab é 60° uille airde an ḃín. Faiġ airde an tiġe go dtí an troiġ is goire dó.
2. Duine i n-a ṡeasaṁ ar ċóṫromán, ċíonn sé gurab é 45° uille airde barr túir. Nuair a ḃruideann sé siar 60 troiġ uaiḋ is é 30° a uille airde. Airde an túir d'áiṁriú.
3. Seasann duine 100 troiġ ó ċrann. Uille airde barr an ċrainn 30°. Tá súil an duine 5 troiġṫe ós cionn talṁan. Faiġ airde an ċrainn.

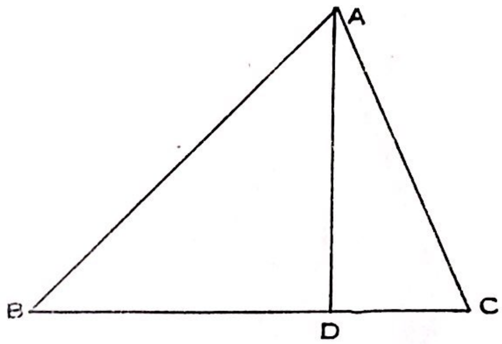
4. Cad í uille aoirde an ċrainn sin do'n duine céadna muna ḃfuil sé aċ 50 troiġ uaiḋ? Cad é an ḟaid a ḃeaḋ sé uaiḋ má's é 47° a uille aoirde?

5. Fear i n-a ṡeasaṁ ar barr carrċaiḋ 200 troiġ ar aoirde, ċíonn sé gurab í uille ísle bun geata i ḃpáirc 'ná 25°. Cé'n ḟaid atá an geata ó'n gcarrċaiḋ? Má's é 24° uille ísle barr an ġeata, aoirde an ġeata d'ḟaġáil.

6. Tá duine i n-a luiġe ar barr faille 450 troiġ ar aoirde agus ċíonn sé ḋá luing siar uaiḋ. Sí uille ísle na luinge is sia uaiḋ 'ná 15° agus 20° uille ísle an ċinn eile; 'dé'n ḟaid atá eatorra?

7. Deineann díon tiġe uille 30° le comṫromán na talṁan. Tá barr dín an tiġe 40 troiġe ó'n dtalaṁ agus 20 troiġ leiṫeid an tiġe. Aoirde fallaí an tiġe d'ḟaġáil.

Roinnt Fuirmlí eile a ḃaineann le triantán.



$$\frac{BD}{c} = \text{cósin } B \quad \therefore BD = c \text{ cósin } B$$

$$\frac{CD}{b} = \text{cósin } C \quad \therefore CD = b \text{ cósin } C$$

$$\therefore BD + CD = b \text{ cósin } C + c \text{ cósin } B$$

$$\therefore \quad a = b \text{ cósin } C + c \text{ cósin } B.$$

(a) Cruṫuiġ é sin nuair is maoluille ceann aca.

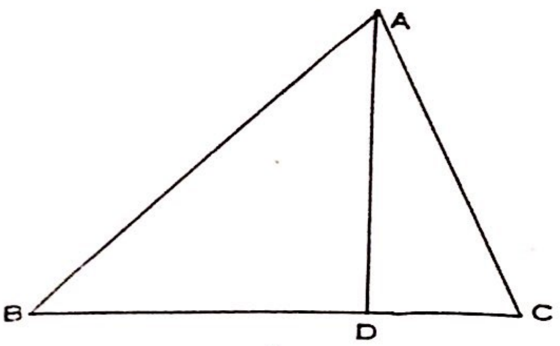
Ar an gcuma gcéadna

$$b = a \text{ cósin } C + c \text{ cósin } A.$$

$$c = a \text{ cósin } B + b \text{ cósin } A.$$

[Nóta: Ba ċeart do'n scoláire iad san do ċruṫú mar ċleaċtaḋ.]

Fairsinge Triantáin.



(1).

$\triangle$ an coṁarṫa le h-aġaiḋ fairsinge triantáin.

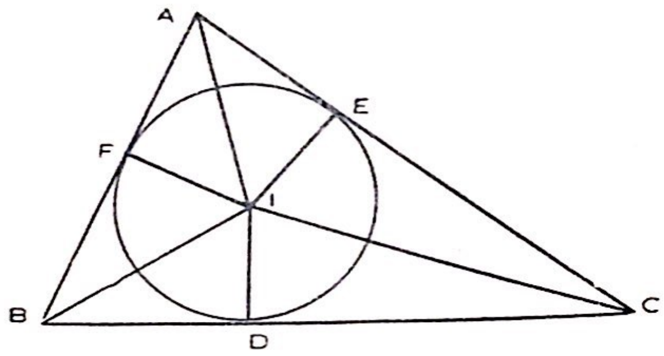
$\triangle = \frac{1}{2}$ BC.AD aċ $\frac{AD}{b} = \sin C \therefore AD = b \sin C$

$\therefore \triangle = \frac{1}{2} ab \sin C$ [nó $\frac{AD}{c} = \sin B \therefore AD = c \sin B$

$\therefore \triangle = \frac{1}{2} ca \sin B$]. Ar an gcuma gcéadna

$\triangle = \frac{1}{2} bc \sin A$.

Sé sin: tá fairsinge triantáin cuḋrom le leaṫ toraḋ ḋá ṡlios fé sin na h-uilleann eatorra.



(2).

I lár inċiorcail an triantáin ABC agus r a ġa.

$$\triangle = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA.$$

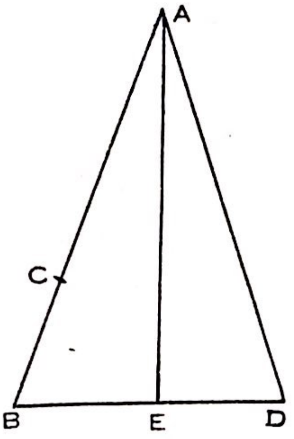
$$= \tfrac{1}{2} cr + \tfrac{1}{2} ar + \tfrac{1}{2} br$$

$$= r.\frac{a+b+c}{2}$$

$$= rs \quad \left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$$

Sé sin: fairsinge triantáin cuḋrom le leaṫ an imlíne fé ġa an inċiorcail.

Sín 18°



I dtógáil an triantáin ċomċosaiġ i n-a bḟuil gaċ bonnuille cudrom le dá oireaḋ na stuaicuilleann, roinneaḋ AB ag C i gcaoi go raiḃ $AB.BC = AC^2$ agus ḃí $BD = CA$. Tarraing $AE \perp BD$

$$\angle A = 36^\circ \therefore \angle BAE = 18^\circ.$$

Abair $AB = 1$ agus $AC = x$

$$\therefore \quad 1 - x = x^2$$

$$\therefore x^2 + x - 1 = 0$$

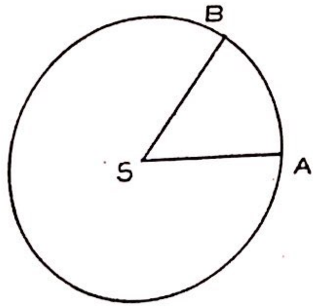
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \quad BD = AC = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\therefore \quad BE = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

aċ sín $18^\circ = \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{4}$

Gaṫ-Uilleaċa.



Gaṫuille: An uille ag lár ciorcail a iomċruiġeann stuaḋ atá ar aon ḟaḋ le ga.

Má tá an stuaḋ AB = ga an ċiorcail, gaṫuille is eaḋ $\angle ASB$.

Is eol dúinn go ḃfuil imlíne ciorcail = 2π oiread an ġa $\therefore$ ní foláir nó is féidir 2π de sna h-uilleaċa $\angle ASB$ ċur timċeall an ṗointe S.

$$\therefore\ 2\pi \text{ gaṫuilleaċa} = 360^\circ$$
$$\pi \text{ gaṫuilleaċa} = 180^\circ$$

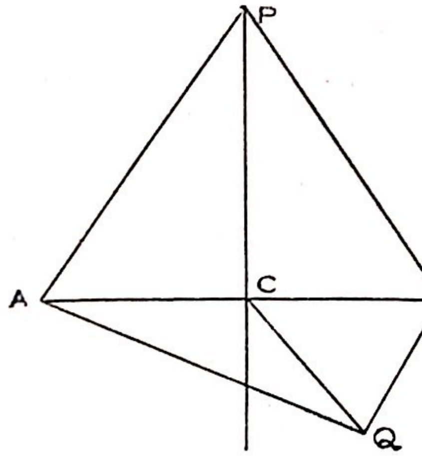
Buntomais eile seaċas céimeanna, nóimeataí etc. is eaḋ an gaṫuille agus ceann a ḃeiḋ an-áiseamail san árd-ṁatamaitic.

1. Sgrioḃ 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150° mar gaṫuilleaċa.
2. Sgrioḃ i gcéimeanna na h-uilleaċa: $\frac{\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{10}$, $\frac{7\pi}{18}$
3. Caḋ é a luaċ so: sin $\frac{\pi}{3}$, cósin $\frac{\pi}{4}$, taḋl $\frac{\pi}{6}$, tearsg $\frac{3\pi}{4}$

   cótearsg $\frac{2\pi}{3}$, cótaḋl $\frac{5\pi}{6}$
4. Faiġ i ngaṫuilleaċa méiḋ gaċ uilleann in (1) cúig-ṡleasán riarta (2) séṡleasán riarta (3) *n*-ṡleasán riarta.

Tuille Céimseatan.

Lorg poinnte.



Dronlíne is eaḋ AB. Coṁroinn í go h-ingearaċ ag C. Tóġ poinnte ar biṫ P san ingear san agus ceangail é de A agus B. Is léir go ḃfuil PA = PB. Mar a ċéile le poinnte ar biṫ ar an líne sin. Ar san ċítear gur coṁḟaid do gaċ poinnte in PC ó A agus B.

Tóġ poinnte ar biṫ Q lasmuiġ de'n líne sin Ceangail é de A, B agus C.

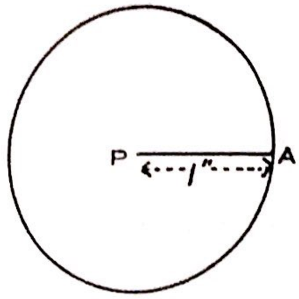
San 2 $\triangle$QCA agus QCB

$AC = BC$

$CQ = CQ$

agus ceaċtar des na h-uilleaċa ACQ agus BCQ níos mó 'ná an ceann eile (ós rud é naċ dronuilleaċa iad) $\therefore$ beiḋ ceaċtar des na línte QA nó QB níos sia 'ná an ceann eile $\therefore$ ní coṁḟaid ó A agus B d'aon ṗoinnte eile lasmuiġ de PC.

$\therefore$ lorg na bpoinntí go léir gur coṁḟaid dóiḃ ó dá ṗoinnte A agus B is eaḋ an dronlíne PC.



Imlíne ciorcail is lorg dos na pointí go léir atá fad áiriṫe ó ṗointe aṁáin áiriṫe.

Abair gur pointe áiriṫe P agus go ḃfuil PA orlaċ ar fad. Is é is lorg do gaċ pointe atá orlaċ ó P ná imlíne ciorcail go ḃfuil P mar lár ann agus PA mar ga.

1. Teasbáin ná fuil aċ pointe aṁáin gur comḟaid dó ó ṫrí pointí ná fuil có-líneaċ, agus ná fuil pointe ar biṫ gur comḟaid dó ó ṫrí pointí atá có-líneaċ.

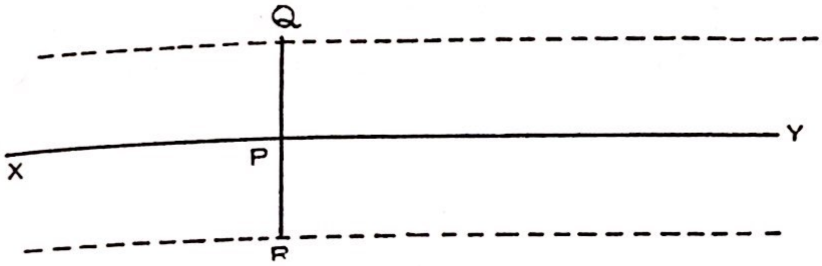
2. Tarraing as ceist a h-aon ná fuil aċ ciorcal aṁáin a raġaḋ tré trí pointí ná fuil có-líneaċ, agus naċ féidir ciorcal ar biṫ d'ḟaġáil a raġaḋ tré trí pointí atá có-líneaċ.

3. Teasbáin naċ féidir do (1) ḋronlíne (2) ċiorcal eile, ciorcal do ġearraḋ i níos mó 'ná ḋá ṗointe.

4. Tóg triantán ABC i n-a ḃfuil AB = 4·5 cm., BC = 3 cm. agus CA = 4 cm. Faiġ ḋá ṗointe gur comḟaid dóiḃ ó A agus B agus 1·75 cm. ó C.

   Teasbáin ar an ḃfíoġair cá luiġfeaḋ na pointí go léir gur comḟaid dóiḃ ó A agus B agus ná beaḋ ṫar 1·75 cm. ó C.

5. Tá ḋá ṗointe ann P agus Q $2\frac{1}{2}''$ ó n-a ċéile; faiġ ḋá ṗointe a ḃeaḋ $1\frac{3}{4}''$ ó P agus $1\frac{1}{2}''$ ó Q. Teasbáin ar an ḃfíoġair an limistéar i n-a luiġfeaḋ na pointí go léir ná fuil ṫar $1\frac{3}{4}''$ ó P ná ṫar $1\frac{1}{2}''$ ó Q.



Lorg poinnte tá faid áiriṫe ó ḋronline áiriṫe.

Abair go bfuil poinnte ag gluaiseaċt i gcaoi go bfuil sé 1″ ó XY. Is léir gur dá ḋronline a beiḋ ann, ceann aca ar ṫaoḃ de'n line agus an ceann eile ar an dtaoḃ eile. Tóg poinnte ar biṫ P ar XY agus tarraing PQR $\perp$ XY. Déan PQ = PR = 1″. Tarraing an dá line ḃriste $\parallel$ XY. An dá line sin an lorg iomlán.

[Ba ċeart do'n sgoláire cruṫú do ċur leis sin — sé sin, a ċruṫú go bfuil gaċ poinnte ar an dá line órlaċ ar ḟaid ó XY agus ná fuil aon ṗoinnte eile lasmuiġ díoḃ san a ġeoḃaḋ beiṫ órlaċ uaṫa.]

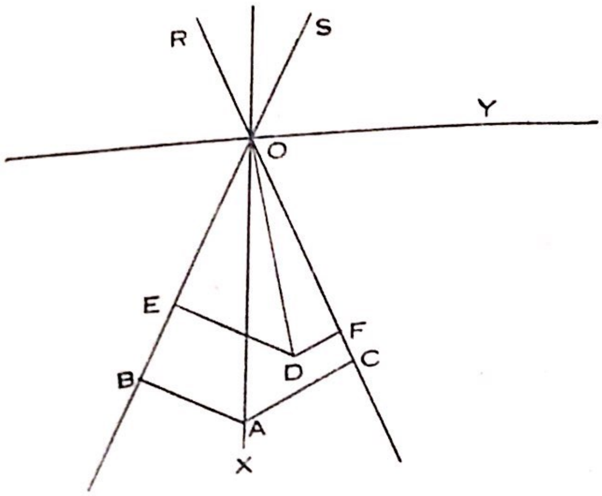
1. Tóg triantán ABC leis na tuisí céadna atá i gceist 4 ar an leaṫanaċ roimis seo. Faiġ dá ṗoinnte gur comḟaid dóiḃ ó A agus B agus 1 ċm. ó BC. Teasbáin cá luiġfeaḋ na poinntí go léir gur comḟaid dóiḃ ó A agus B agus ná fuil ṫar 1 ċm. ó BC.

2. Faiġ lorg na bpoinntí go léir atá faid áiriṫe ó imline comṫreoṁaráin.

3. Tóg ciorcal i n-a mbeiḋ an ga 2·5 cm. Tarraing lorg na bpoinntí go léir atá 2 ċm. ó imline an ċiorcail.

   (a). Féaċ an deifir a ḋéanfaḋ sé sa ċeist seo dá mbéaḋ an poinnte 3 cm. ó imline an ċiorcail.

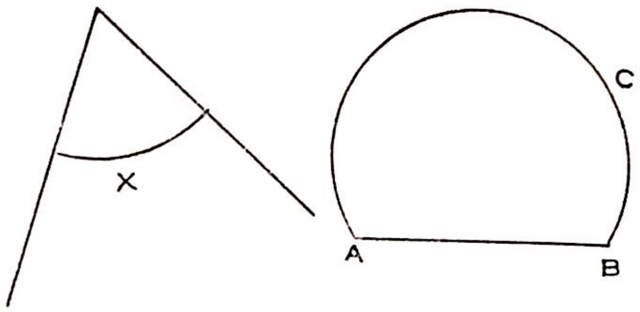
Lorg na bpointí a ġluaisiġeann i gcaoi gur comḟaid dóiḃ ó dá ḋronlíne atá ag gearraḋ a ċéile.



Tá PS agus RQ ag gearraḋ a ċéile in O. Comroinn na h-uilleaċa atá eatorra. OX agus OY na comroinnteoirí. Tóg pointe ar biṫ in OX agus tarraing AB agus AC $\perp$ SP agus RQ fá seaċ. Is léir go mbeiḋ $AB = AC$. Is amlaiḋ do ṗointe ar biṫ in OX agus OY. Agus má tógtar pointe lasmuiġ de'n dá líne sin (D, cuir i gcás) ní comḟaid dó ó'n dá líne PS agus RQ, mar dá mbeaḋ $DE = DF$, ċomroinnfeaḋ DO an uille POQ, sé sin trí comroinnteoirí ag an dá uillinn, rud naċ féidir a beiṫ. Dá ḃríġ sin is iad OX agus OY an lorg iomlán.

1. Tóg triantán ABC mar atá i gceirt a h-aon ar an leaṫanaċ roimis seo. Faiġ dá ṗointe gur comḟaid dóiḃ ó A agus B agus ó CA agus CB.
2. Faiġ ceiṫre pointí gur comḟaid dóiḃ ó sleasa triantáin.
3. Tearḃáin gur féidir ceiṫre ciorcail do ṫógáil a ṫaḋlfaḋ sleasa triantáin ar biṫ.
4. An mó ciorcal a ṫaḋlfaḋ trí línte má bíonn dá ċeann díoḃ comṫreomar?
5. Tá triantán ABC ann. Tearḃáin an limistéar i n-a luiġfeaḋ na pointí atá níos giorra do AB 'ná do AC agus níos giorra do BC 'ná do AB.
6. Faiġ lorg pointe a ġluaisiġeann i gcaoi gur comḟaid do ó dá líne comṫreomara.

Lorg stuaice triantáin ar ḃonn áiriṫe agus le stuaicuillinn áiriṫe.



Is é AB an bonn. X an stuaicuille.

Cuir teascán ciorcail ar AB i n-a ḃfuil uille cuḋrom le X. Is í an imlíne ACB an lorg.

[Nóta: cruṫuiġ naċ féidir do stuaic aon triantáin díoḃ ḃeiṫ lasmuiġ de'n líne sin.]

Tugtar bonn agus stuaicuille triantáin, faiġ lorg

(1). pointe coṁraic coṁroinnteoirí na mbonnuilleann.

(2). pointe coṁraic coṁroinnteoirí na mbonnuilleann seaċtarac.

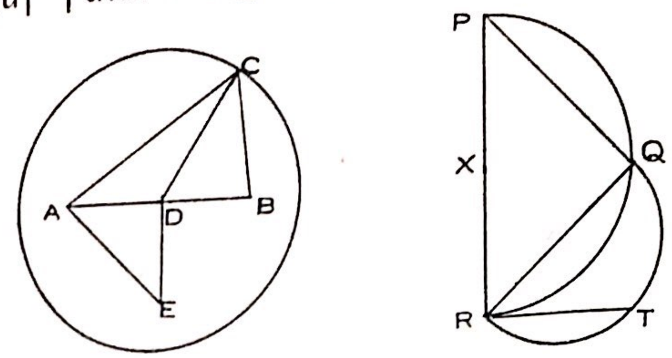
(3). pointe coṁraic coṁroinnteoirí bonnuilleann seaċtaraiġe agus na bonnuilleann inṁeaḋonaiġe ar a h-aġaiḋ (ḋá ċás).

(4). lár an imċiorcail.

(5). an ingearlár.

(6). an airṁeaḋoin.

Lorg stuaice triantáin d'ḟaġáil nuair is eol an bonn agus suim na gcearnóg ar an dá ṡlios eile.



Is é AB an bonn agus $CA^2 + CB^2 = x^2$. Abair gur C suiḋeaṁ ar biṫ na stuaice agus D lárṗoinnte AB.

$AC^2 + CB^2 = 2\,CD^2 + 2\,AD^2$

$\therefore \quad 2\,CD^2 = x^2 - 2\,AD^2$ (tarraing $DE \perp AD$ agus $= AD$)

$= x^2 - AE^2$ (tarraing leaṫċiorcal ar PR agus gearr $PQ = AE$)

$= RQ^2$ (leaṫ-ċiorcal ar QR agus $\tilde{T}$ lár an stuaiġ)

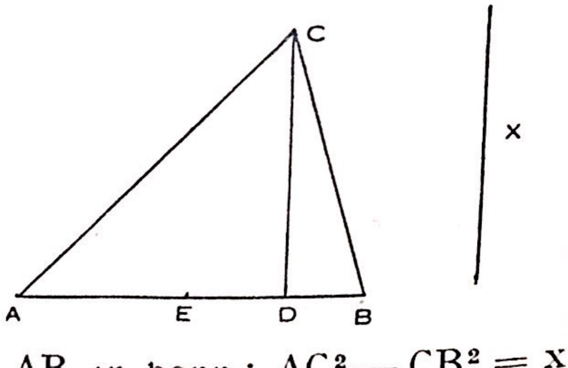
$= 2\,RT^2$

$\therefore \quad CD = RT.$

Is é a lorg iomlán ciorcal gurab é D a lár agus RT a ġa.

1. Tóg lorg stuaice triantáin i n-a ḃfuil an bonn = 2" agus suim na gcearnóg ar an dá ṡlios eile = 10 n-orlaiġe cearnaċa.

Lorg stuaice triantáin nuair a tugtar an bonn agus deifir na gcearnóg ar an dá ṡlios eile.

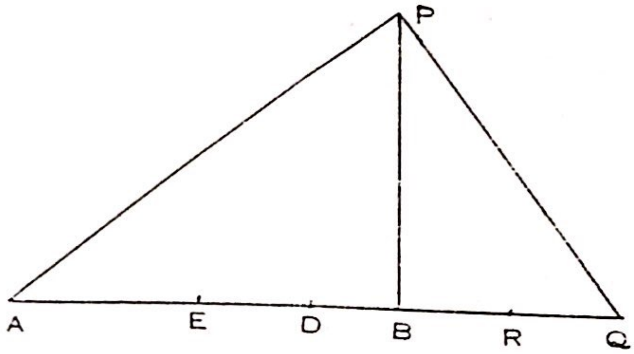


Is é AB an bonn ; $AC^2 - CB^2 = x^2$

Abair ABC suiḋeaṁ amáin de'n triantán.

$$\begin{aligned} AC^2 - CB^2 &= AD^2 - DB^2 \\ &= 2\ AB.ED \\ &= x^2. \end{aligned}$$

∴ tá ED tairisṁeaċ ∴ tá D suiḋte.
∴ a lorg líne tré D ingearaċ leis an mbonn.
Ċun D d'aimsiú:



Is é AB an bonn.

Tarraing BP $\perp$ AB agus $= x$. Ceangail A de P agus tarraing PQ $\perp$ AP go dteangṁuiġeann le AB ar a leanaṁaint in Q. Coṁroinn BQ ag R.

$$\begin{aligned} AB.BQ &= x^2 \\ \therefore 2\ AB.BR &= x^2 \\ \therefore BR &= ED. \end{aligned}$$

1. Faiġ lorg stuaice na dtriantán go léir ar an mbonn céadna go ḃfuil (1) an aoirde céadna aca; (2) an meaḋonlíne céadna a coṁroinneann an bonn.

2. Faiġ lorg pointe a ġluaisiġeann i gcaoi go ḃfuil suim a gcearnóg ó ceiṫre reanna dronuilleóige tairisṁeaċ.

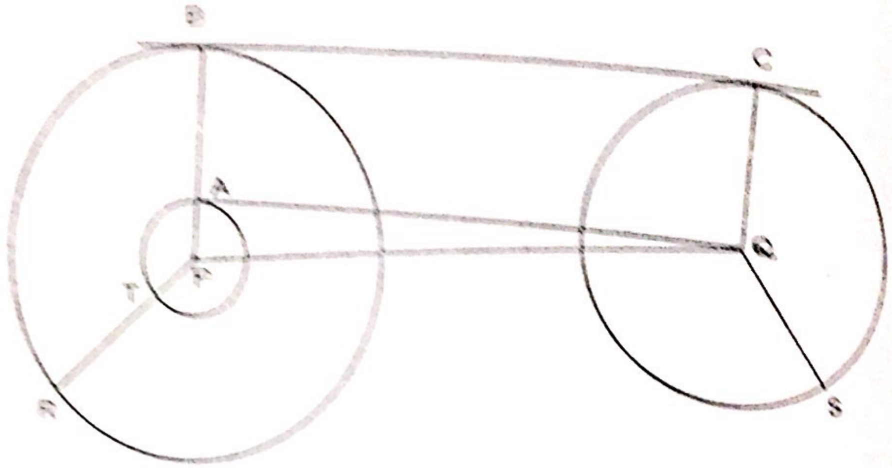
3. Faiġ lorg lárṗointí na gcórdaí go léir a ṫéiġeann tré ṗointe suiḋte i gciorcal.

4. Faiġ lorg lárṗointí córdaí coṁṫreoṁar i gciorcal.

5. P pointe suiḋte lasmuiġ de ċiorcal. Roinntear gaċ líne ó P go dtí imlíne an ċiorcail i gcoiḃnear 2 : 1. Faiġ lorg na bpointí sin.

6. Faiġ lorg airṁeaḋon triantáin nuair a tugtar an bonn agus (1) an stuaicuille (2) an aoirde.

Comṫaḋluiḋṫe do ḋá ċiorcal.

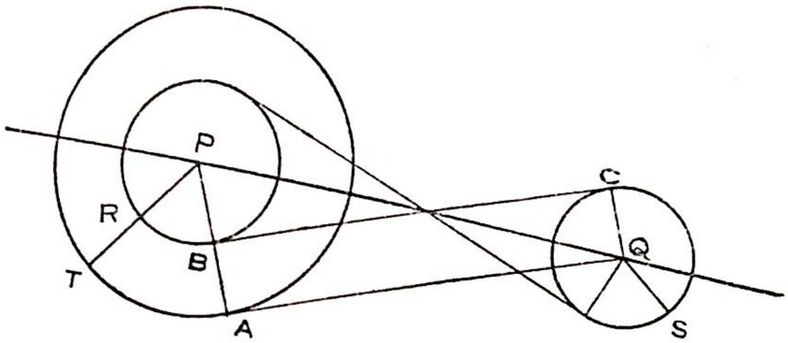


Tógáil : Tarraing dá ga ar bit PR agus QS. Ó'n gceann is sia PR gearr RT = QS. Tóg P mar lár agus PT mar ga agus tarraing ciorcal. Ó Q tarraing QA a ṫaḋlaḋ an ciorcal sin ag A. Ceangail PA agus lean é go dteangṁuiġeann leis an gciorcal eile ag B. Tarraing an ga QC ∥ AB. Ceangail BC.

Cruṫú : QC = QS = TR = AB
agus QC ∥ AB ∴ comṫreoṁarán is eaḋ ABCQ.
Dronuille ∠PAQ ∴ dronuilleog ABCQ.
∴ dronuille ∠PBC agus ∠QCB
∴ is comṫaḋluiḋe do'n dá ċiorcal BC.
Ar an gcuma gcéadna is féidir ceann eile do tarraingt.
Comṫaḋluiḋṫe seaċtaraċa a tugtar orra so.

1. An tairisgint so do ḋéanaṁ nuair atá an dá ċiorcal cuḋrom le ċéile.
2. Tarraing dá ċiorcal gurab é faid a nga 1" agus ½" agus a lár 2" ó n-a ċéile. Tarraing an dá comṫaḋluiḋe seaċtaraċa agus tomais iad.

Na Comṫaḋluiḋṫe Inṁeaḋonaċa do Ḋá Ċiorcal.



Tógáil: Tarraing dá ġa PR agus QS. Lean PR go dtí T i gcaoi go mbeiḋ RT = QS. Toġ P mar lár PT mar ġa agus tarraing ciorcal. Ó Q tarraing QA ag taḋall an ċiorcail sin ag A. Ceangail PA ag gearraḋ an ċiorcail eile ag B. Tarraing an ga QC ∥ AB agus ceangail BC.

Cruṫú: QC = QS = RT = AB.

agus QC ∥ AB ∴ comṫreoṁarán ABCQ.

Dronuille ∠PAQ ∴ dronuilleóg ABCQ.

∴ dronuilleaċa ∠PBC agus ∠QCB.

∴ comṫaḋluiḋe BC.

Ar an gcuma gcéadna is féidir ceann eile do ṫarraingt.

Uaiḋ sin ċítear gur féidir ceiṫre comṫaḋluiḋṫe do ṫarraingt do ḋá ċiorcal naċ ngearrann a ċéile.

1. Breiṫnig na cásanna seo leanas agus féaċ an mó comṫaḋluiḋe is féidir a ṫarraingt:
   (a). Ḋá ċiorcal go bḟuil taḋall seaċtaraċ aca.
   (b). Ḋá ċiorcal a ġearrann a ċéile.
   (c). Ḋá ċiorcal go bḟuil taḋall inṁeaḋonaċ aca.
   (d). Ciorcal atá laistiġ de ċeann eile.
2. Cruṫuiġ gur comḟaiḋ (1) do sna comṫaḋluiḋṫe seaċtaraċa (2) do sna comṫaḋluiḋṫe inṁeaḋonaċa.
3. Cruṫuiġ go bḟuil pointí cumair na gcomṫaḋluiḋe cólíneaċ le láir na gciorcal.

   [An líne a ċeangluiġeann lár ciorcail amáin díoḃ leis an bpointe cumair, comroinneann sé an uille eatorra.]

4. Cruṫuiġ go bfuil láirlíne na gciorcal pointe ag ceann ar bit de sna comṫaḋluiḋṫe i gcoibnear a nga.

[I dtriantáin comuilleannaċa, tá na sleasa i gcóimréir.]

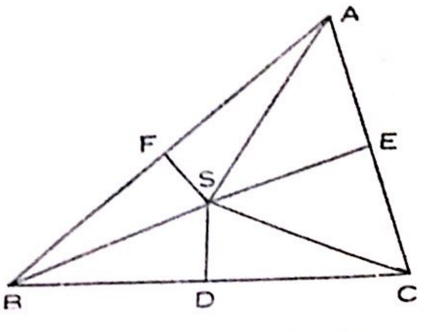
5. Tarraing dá ċiorcal gur gaeṫe dóib $\frac{1}{2}''$ agus $\frac{3}{4}''$ agus a láir $1''$ ó n-a ċéile. Tarraing a gcomṫaḋluiḋṫe agus tomais iad. An freagra do ḋeimniú tré ríomaireaċt.

6. Má ġearrann dá ċiorcal a ċéile, cruṫuiġ gur uilleaċa forlionta na h-uilleaċa a iomċruiġeann na comṫaḋluiḋṫe ag ceaċtar des na pointí cumair.

7. Tarraing tearganṫe a ġearrfaiḋ dá ċiorcal i gcaoi go mbeiḋ na córdaí ins gaċ ciorcal ar faid áiriṫe.

Línte comċumaraċa i dtriantán.

1. Na trí h-ingir do sna sleasa ó n-a lárpointí.



Tógáil : Comroinn na sleasa ag D, E agus F. Tarraing DS agus FS $\perp$ BC agus BA fá seaċ a teangmuiġeann le céile ag S. Ceangail S de A, B, C agus E.

Cruṫú : Ins an 2 $\triangle$BSD agus CSD

$$BD = DC$$
$$DS = DS$$
$$\angle BDS = \angle CDS$$
$$\therefore \quad SB = SC$$

Ar an gcuma gcéadna

$$SB = SA$$
$$\therefore \quad SA = SC$$

$$AE = EC$$
$$SE = SE$$
$$\therefore \angle AES = \angle CES$$

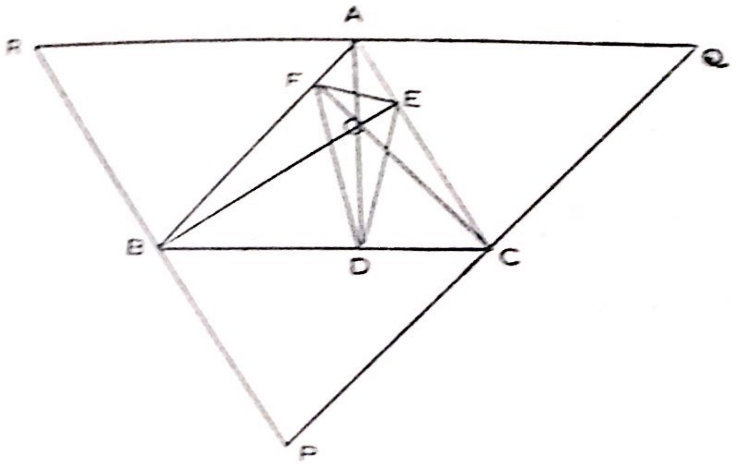
∴ dronuille gaċ ceann díoḃ

∴ tá na trí h-ingir comċumaraċ.

Imlár an triantáin ABC a tugtar ar an bpointe sin (S) mar lár an imċiorcal is eaḋ é.

Im-ġa a tugtar ar ġa an ċiorcail agus R an comarṫa a cuirtear air.

2. Tá na h-ingir ó sna reanna ar na sleasa ar a n-aġaiḋ comċumaraċ.



Tógáil: Tré A, B agus C tarraing línte comṫreorṁar leis na sleasa agus tagaidís le céile in P, Q agus R.

Cruṫú: Comṫreorṁaráin is eaḋ ARBC agus ABCQ

∴ AR = BC agus AQ = BC

∴ AR = AQ

∴ tá RQ comroinnte ag A

Ar an gcuma gcéadna tá PQ agus PR comroinnte ag C agus B fá seaċ.

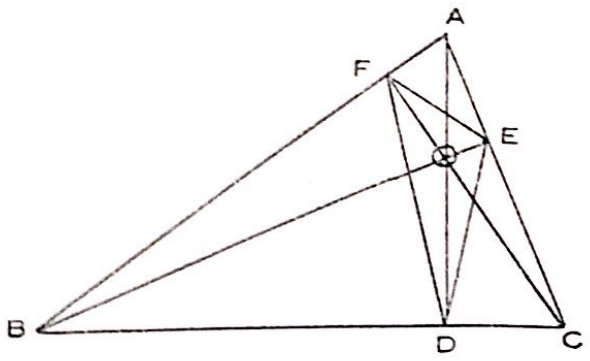
∴ tá na h-ingir ó A, B agus C do sleasa an triantáin PQR comċumaraċ

aċ beiḋ na h-ingir sin ingearaċ le sleasa an triantáin ABC

∴ Tá na h-ingir ó A, B agus C ar na sleasa ar a n-aġaiḋ comċumaraċ. (ag O)

Ingearlár an triantáin a tugtar ar an bpointe sin agus an triantán buinningearaċ a tugtar ar an ḋtriantán DEF.

Cruṫú eile ar an dtairisgint céadna.



Tógáil : Tarraing BE agus CF $\perp$ AC agus AB fá seaċ a ṫeangṁuiġeann le céile in-O. Ceangail AO agus lean é go teangṁáil le BC in-D. Ceangail EF.

Cruṫú : Ceaṫairsleasán comċiorclaċ is eaḋ AEOF

$\therefore \quad \angle OAE = \angle OFE$. Ar an gcuma gcéadna

$\angle OFE = \angle OBC$

$\therefore \quad \angle OAE = \angle OBC$

Ins an 2 $\triangle OAE$ agus OBD

$\angle OAE = \angle OBD$

$\angle AOE = \angle BOD$

$\therefore \quad \angle ODB = \angle AEO$

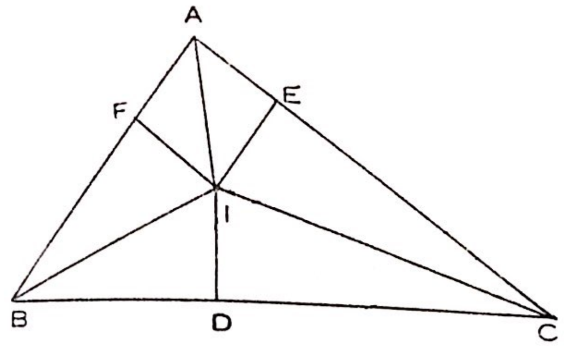
Aċ dronuille $\angle AEO$ $\therefore$ dronuille $\angle ODB$.

$\therefore$ Tá na trí h-ingir sin comċumasaċ.

1. Cruṫuiġ go bḟuil uilleaċa an triantáin DEF comroinnte ag na h-ingir.

2. Cruṫuiġ go bḟuil na ceiṫre ciorcail timċeall ar na triantáin ABC, BOC, COA agus AOB cudrom le céile.

3. Tá comroinnteoirí na n-uilleann i dtriantán comċumasaċ.



Tógáil: Coṁroinn B agus C go dteangṁuiġid le ċéile ag I. Ceangail AI. Tarraing ID, IE agus IF ingearaċ le na sleasa.

Cruṫú: Ins an 2 $\triangle$IBD agus IBF.

$$IB = IB$$
$$\angle IBD = \angle IBF$$
$$\angle IDB = \angle IFB$$
$$\therefore \quad ID = IF$$

Ar an gcuma gcéadna

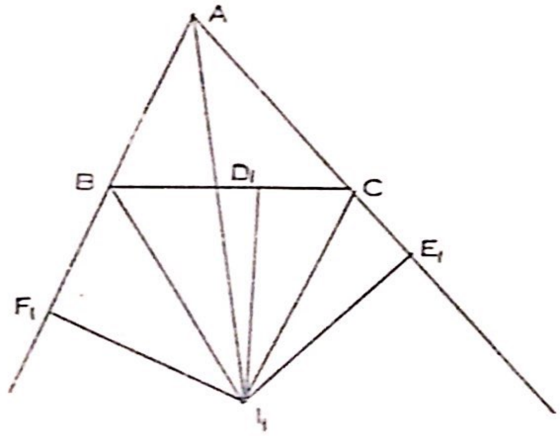
$$ID = IE$$
$$\therefore \quad IE = IF$$
$$AI^2 = AE^2 + IE^2$$
$$= AF^2 + IF^2$$
$$\therefore \quad AE = AF$$
$$\therefore \quad \triangle AIF \equiv \triangle AIE$$
$$\therefore \quad \angle FAI = \angle EAI$$

$\therefore$ Tá $\angle A$ coṁroinnte ag AI.

$\therefore$ Tá coṁroinnteoirí na n-uilleann coṁċumaraċ.

Inlár a tugtar ar an bpointe sin (I) mar lár an inċiorcail is eaḋ é. In-ġa a tugtar ar ġa an ċiorcail agus r an coṁarṫa a cuirtear air.

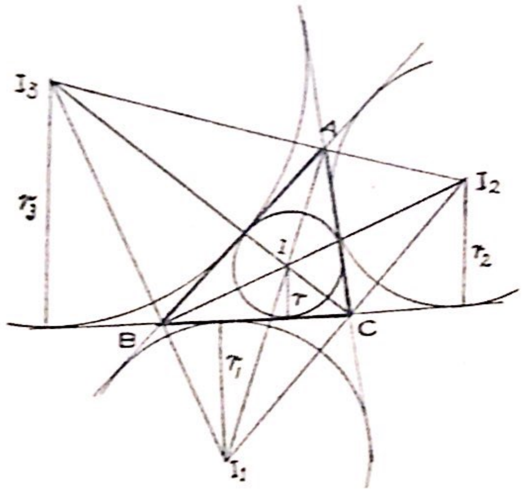
Coṁroinnteoirí ḋá uillinn seaċtaraċa agus coṁroinnteoir na h-uilleann inṁeaḋonaiġe ar a n-aġaiḋ amaċ, táid coṁċumaraċ.



Tógáil: Coṁroinn na h-uilleaċa seaċtaraċa ag B agus C go teangṁáil le ċéile ag I_1. Ceangail AI_1 agus tarraing I_1D_1, I_1E_1 agus I_1F_1 ingearaċ le sleasa an triantáin ABC.

[Fágtar an cruṫú fé n-a scoláirí, mar is mar ċéile é agus an cruṫú roiṁe seo.]

Eisláir a tugtar ar ṗoinnte mar seo, mar lár ciorcail a ṫaḋlann na trí sleasa é aċ taḋlann sé ḋá ċeann díoḃ go seaċtaraċ. Is féidir ḋá ṗoinnte eile ḋ'ḟaġáil mar é sin. Léiriġeann an ḟíoġair seo leanas na trí cinn:

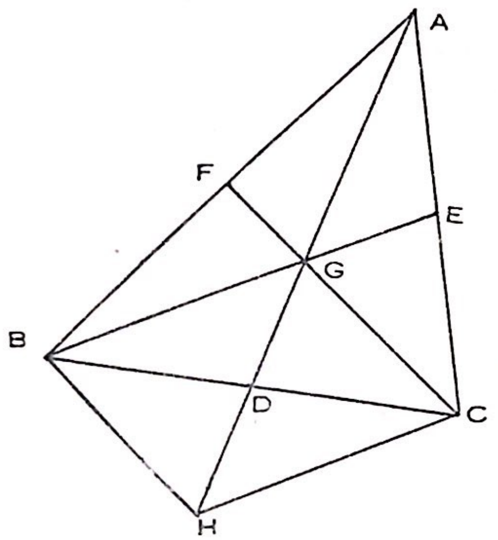


Tá na h-uilleaċa go léir coṁroinnte go h-inṁeaḋonaċ agus go seaċtaraċ.

I_1, I_2, I_3 na h-eisláir. r_1, r_2, r_3 na coṁarṫaí a cuirtear ar na h-eisgaeṫe sin. An triantán eisláraċ an ainm a tugtar ar $\triangle I_1I_2I_3$.

Taisbeánann an ḟíoġair seo na ceiṫre ciorcail a ṫaḋlann sleasa triantáin. Cé go bḟuil siad inis na ceisteanna ċeana féin sa leaḃar, tugtar arís iad toisg a ṫábaċtaiġe is atáid agus ar son na gcoṁarṫuiġeaċta a ġabann leo agus a úsáidtear ċoṁ fairsing san i dtriantánaċt.

4. Tá meaḋonlínte triantáin coṁċumaraċ.



Tógáil: Coṁroinn AC agus AB ag E agus F fá seaċ. Ceangail BE agus CF go teangṁáil le ċéile ag G. Ceangail AG. Tarraing CH ∥ EG go teangṁáil le AG ar a leanaṁaint i n-H. Ceangail BH.

Cruṫú: E lárṗointe AC agus EG ∥ CH.

∴ G lárṗointe AH agus F lárṗointe AB.

∴ GF ∥ BH.

∴ coṁṫreoṁarán GBHC.

∴ coṁroinneann GH agus BC a ċéile.

∴ D lárṗointe BC

∴ Tá na meaḋonlínte coṁċumaraċ.

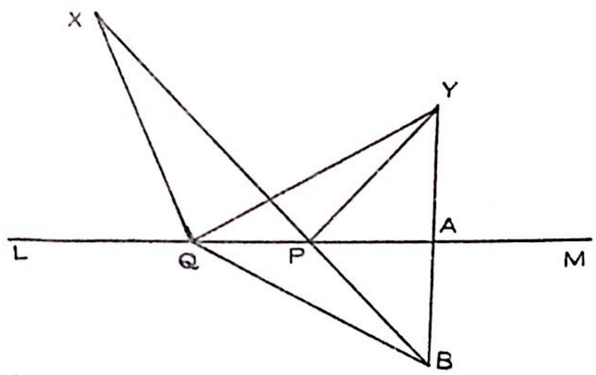
Airmeaḋon an triantáin a tugtar ar an bpointe sin.

1. Cruṫuiġ go roinneann na meaḋonlínte a ċéile i gcoiḃneas a dó le n-a h-aon.
2. Tóg triantán má's eol duit fad na dtrí meaḋonlínte.

   [△ is eaḋ BGH i n-a ḃfuil na sleasa cuḋrom le dá dtrian na meaḋonlínte.]
3. Cruṫuiġ go ḃfuil ceiṫre oiread suim na meaḋonlínte níos sia 'ná trí oiread suim na sleas.
4. Cruṫuiġ go ḃfuil ceiṫre oiread suim na gcearnóg ar na meaḋonlínte cuḋrom le trí oiread suim na gcearnóg ar na sleasa.

Uasluaċ agus Íosluaċ.

1.



Dá ṗointe suiḋte is eaḋ X agus Y agus dronlíne neaṁteoranta LM. Faiġ pointe ar LM i gcaoi go mbeiḋ suim faiḋeann an ṗointe sin ó X agus Y ar an méaḋ is luġa.

Tógáil: Tarraing YA $\perp$ LM agus lean í go dtí B i gcaoi go ḃfuil AB = YA. Ceangail XB go dteangṁuiġeann leis an líne in-P. Ceangail PY. Tóg pointe ar biṫ eile Q ar LM agus ceangail QX, QB agus QY.

Cruṫú: $\triangle PAB \equiv \triangle PAY \therefore PB = PY$

$\triangle QAB \equiv \triangle QAY \therefore QB = QY$

$XQ + QB > XB$

$\therefore XQ + QY > XP + PY$

$\therefore PX + PY$ ar an méiḋ is luġa.

Táit (1). Teaspáin go ndeineann PX agus PY uilleaċa cudroma leis an líne LM.

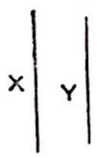
(2). X agus Y dá ṗoinnte lasmuiġ de ḋronlíne LM teaspáin conus a ġeoḃtá poinnte P i-n LM i gcaoi go ndéanfaḋ PX agus PY uilleaċa cudroma leis an líne.

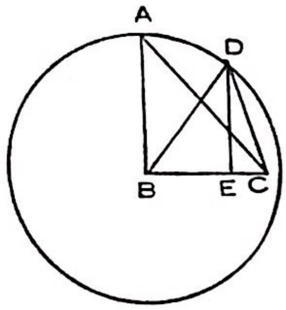
2. Des na triantáin go léir ar an mbonn céadna agus leis an stuaicuillinn céadna, is é an triantán comċosaċ an ceann leis an imlíne is sia.

3. Is é an triantán comṡleasaċ an ceann leis an imlíne is sia gur féidir a insgríobaḋ i gciorcal.

4. Des na triantáin go léir ar an mbonn céadna agus leis an imlíne céadna is é an triantán comċosaċ an ceann is mó.

5. Má's eol duit dá ṡlios de ṫriantán, beiḋ uasluaċ ag an ḃfairsinge nuair atá siad ingearaċ le ċéile.





Is iad X agus Y na sleasa.

Tógáil: Déan AB = X agus tarraing BC $\perp$ AB agus = Y. Ceangail AC. Tóg B mar lár agus BA mar ġa agus tarraing ciorcal. Gaċ poinnte ar imlíne an ċiorcail sin ceangailte de B agus de C, tabarfaiḋ sé triantán eile gurab iad a ṡleasa X agus Y. Tóg poinnte ar biṫ D agus ceangail de B agus de C é. Tarraing DE $\perp$ BC.

Cruṫú: $AB = BD > DE$

$\therefore \triangle ABC > \triangle BDE$

Ar an gcuma gcéadna tá sé níos mó 'ná ceann ar biṫ eile.

$\therefore$ Is é an ceann is mó é.

6. Má's eol duit dá ṡlios comġaraċa de ċomṫreoṁarán caṫain a beiḋ uasluaċ fairsinge aige?

7. Má tugtar duit dá ṫrearnán de ċeaṫairṡleasán cruṫuiġ go mbeiḋ an ḟairsinge is mó aige nuair atá siad ingearaċ le céile.

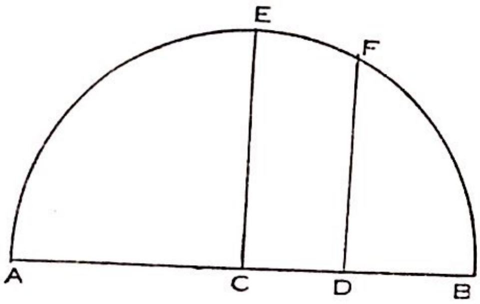
8. Tarraing teasgaiḋe do ċiorcal gur lár do S tré ṗoinnte P lasmuiġ de, a ġearrfaiḋ an ciorcal i n-Q agus R i gcaoi go mbeiḋ an triantán QRS ar an ḃfairsinge is mó.

9. Má tugtar bonn triantáin agus an stuaicuille beiḋ an ḟairsinge is mó ann nuair is triantán comċosaċ é.

10. An triantán is mó fairsinge i gciorcal, is é an triantán comṡleasaċ é.

[Ḟaiḋ a ḟanann aon dá ṡlios neamċuḋrom, is féidir triantán níos mó d'ḟaġáil.]

11. Dronlíne do roinnt i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ an dronuilleóg fé'n dá ċuid ar an luaċ is nó.



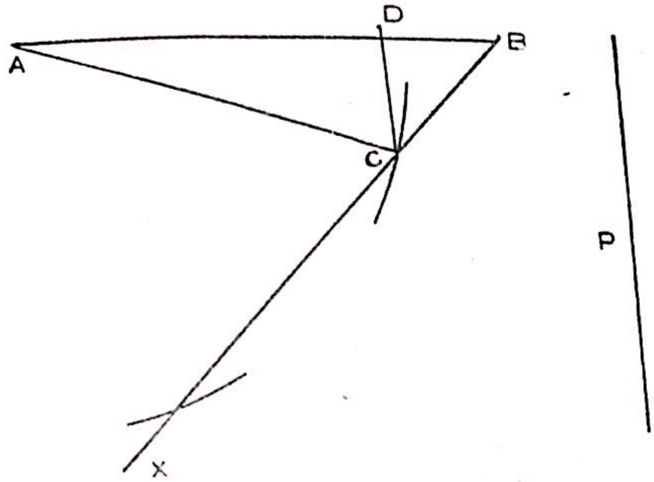
Tógáil: AB an líne. Tóg leaṫċiorcal uirṫi. Tóg poinnte ar biṫ D uirṫi. Tarraing DF $\perp$ AB. Faiġ lár an ċiorcail C agus tarraing CE $\perp$ AB.

Cruṫú: $AD.DB = DF^2$ aċ beiḋ DF ar an ḃfaiḋ is sia nuair a ṫuiteann sé ar CE.
$\therefore$ tá an dronuilleóg is mó ann nuair a comroinntear an líne.

12. Caḋ é an dronuilleóg is mó is féidir cur i gciorcal?

13. Tá dronuilleóg agus cearnóg d'aon ḟairsinge, cioca is sia imlíne?

14. Líne do roinnt i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ suim na gcearnóg ar na coda (1) cudrom le fairsinge áiriṫe (2) ar an méid is luġa.



Is í AB an líne ; P^2 an ḟairsinge.

Tógáil : Tarraing BX i gcaoi gur leaṫ-ḋronuille ABX. Tóg A mar lár agus P mar ġa agus tarraing stuaḋ a ġearrfaiḋ BX i-n C. Tarraing $CD \perp AB$.

Cruṫú : $BD = DC$; $AD^2 + DC^2 = AC^2 = P^2$

$\therefore \quad AD^2 + DB^2 = P^2$.

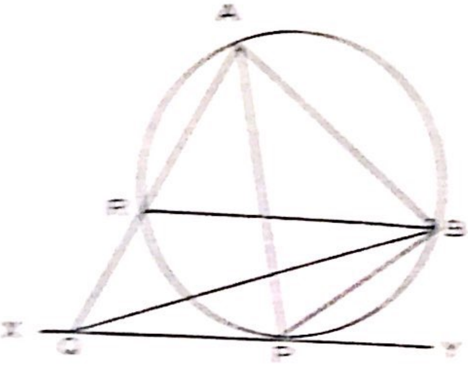
Tabair fé ndeara go gcaiṫfiḋ an stuaḋ, BX do ġearraḋ nó do ṫaḃall nó gan í ġearraḋ in aon ċor.

(1). 'Sa ċéad ċás tá ḋá réiḋteaċ ar an gceist.

(2). 'Sa dara cás níl aċ ceann aṁáin ; iosluaċ a ḃeiḋ ann annsan mar má tá an líne níos goire, beiḋ

(3). an tréas cás ann nuair naċ ngearrann an stuaḋ í agus ní ḃeiḋ aon réiḋteaċ ann.

15. An uille is mó a iomċruiġeann mírlíne ag pointe i ndronlíne neaṁċeoranta.



Is iad { AB an mírlíne
XY dronlíne neaṁċeoranta.

Tógáil: Cuir ciorcal tré A agus B a ṫadhlaiḋ XY ag P. Tóg pointe ar bit eile Q i n-XY. Ceangail QB agus QA go dteangṁáil leis an gciorcal i-n R. Ceangail PA agus PB.

Cruṫú: $\angle ARB = \angle APB$ aċ $\angle ARB > \angle AQB$
$\therefore \angle APB > \angle AQB$ $\therefore$ tá $\angle APB$ níos mó ná uille ar bit eile a iomċruiġeann AB ag pointe ar bit eile in XY.

16. Faiġ an pointe i n-imlíne ciorcail ag a n-iomċruiġeann mírlíne lasmuiġ de'n ċiorcal (1) an uille is lúġa (2) an uille is mó.

[Tarraing an dá ċiorcal tré ḟoirceann na líne a ṫadhlaiḋ an ciorcal.]

Dreaċaiġ an ceist sin (1) nuair atá an mírlíne laistiġ den ċiorcal (2) nuair a ġearrann sí imlíne an ċiorcail.

17. De sna triantáin go léir ar an mbonn céadna agus de'n fairsinge céadna faiġ an ceann go ḃfuil an stuaċuilleann is mó aige.

18. De sna coimṫeorainneáin ar an mbonn céadna agus de'n fairsinge céadna is í an dronuilleoġ is lúġa imlíne.

19. Roinn dronlíne i dtrí gcodaiḃ i gcaoi go mbeiḋ suim na gcearnóg orṫa ar an méid is lúġa.

20. Insgríoḃ an dronuilleóg is mó i leaṫċiorcail.
21. De sna triantáin dronuilleannaċa go léir ar an dtaoḃagán céadna is é an triantán comċosaċ an ceann is mó.
22. Faiġ poinnte ar stuaḋ teasgáin ciorcail i gcaoi go mbeiḋ suim a ḟaideann ó ḟoircinn an ċórda ar an bfaid is sia.
23. X agus Y dá ṗoinnte lasmuiġ de ċiorcal; faiġ poinnte P ar imline an ċiorcail sin i gcaoi go mbeiḋ $PX^2 + PY^2$ (1) ar an méid is mó (2) ar an méid is luġa.
24. An ċeist ċéadna (1) má bíonn X agus Y laistiġ 'san ċiorcal (2) má ḃíonn ceann aca laistiġ.
25. Is é an triantán buinn-ingearaċ an ceann is goire imline gur féidir a insgríoḃaḋ i dtriantán.

Páipéirí Sgrúduiġṫe.

1.

1. Cuir síos aon dá uillinn A agus B. Teasbáin conus a ḋéanfá uille amháin cudrom (1) le n-a suim (2) le n-a ndeifir. An féidir do ḋeifir idir dá uillinn i dtriantán beiṫ i n-a maol-uillinn? Léiriġ an freagra le fioġair.
2. Má's féidir ciorcal do ċur timċeall ar ċeaṫair-sleasán cruṫuiġ go bfuil suim peiḋre uilleann ar aġaiḋ a ċéile cudrom le suim an ṗeiḋre eile. Sgríoḃ agus cruṫuiġ teoragán nuair is féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ i gceaṫairsleasán.
3. Teasbáin conus triantán comċosaċ do ṫógáil i n-a mbeiḋ an stuaic-uille cudrom le trí oiread gaċ bonuilleann.
4. Léiriġ le fioġair an comionannas
$$(x - 3)^2 + 6x \equiv x^2 + 9.$$
5. Cruṫuiġ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. (a) Cad é an gaol a ḃeiḋ idir x agus y má ḃíonn $x + 3 \sin A = 2$ agus $2y + 5 \cos A = 4$?
6. An féidir do ṡin uilleann beiṫ cudrom le taḋl na h-uilleann sin? Má's féidir, cad í an uille í?

2.

1. Dá córda cudroma i gciorcal, cruṫuiġ go ḃfuil na línte a ċeangluiġeann a ḃfoircinn coṁṫreoṁar nó cudrom.
2. Cearċoróg ABCD i n-a ḃfuil AB coṁṫreoṁar le CD; ceangluiġtear lár-ṗoinntí AC agus BD. Cruṫuiġ go ḃfuil an líne sin coṁṫreoṁar le AB.
3. Léiriġ le fíoġair: $(p + q)^2 - (p - q)^2 \equiv 4\,pq$.
4. Taisbeáin go ḃfuil coṁroinnteóirí na n-uilleann i gcúigsleasán riaġlta coṁ-ċumarac. Sgríoḃ síos a aisiompó sin agus abair an ḃfuil sé fíor nó nac ḃfuil? Fáṫa a ċur le do ḟreagra.
5. Dá áit X agus Y atá trí míle ó na céile. Tá sliaḃ Z ann atá míle go leiṫ ó X agus trí míle is ceaṫraṁa ó Y. Faiġ an bealaċ is goire go dtí an sliaḃ ó'n mbóṫar díreaċ a ċeangluiġeann X agus Y.
6. Taisbeáin nac féidir do ṡínus uilleann ḃeiṫ níos mó 'ná a h-aon. Má tá sín A cudrom le n-a dó go leiṫ sín B, cad é an luaċ is mó a ġeoḃaḋ ḃeiṫ ag B?

3.

1. Tarraingiġtear dá líne (1) coṁṫreoṁar le, (2) ingearaċ le, géaga uilleann; cruṫuiġ gur uilleaċa cudroma nó gur uilleaċa forlíonta an dá uillinn. Sgríoḃ nóta ar a aisiompó san.
2. Dá ṫriantán i n-a ḃfuil dá ṡlios i gceann aca cudrom le dá ṡlios sa ċeann eile agus uilleaċa ar aġaiḋ peiḋre amáin de sleasa cudroma cudrom; cruṫuiġ gur cóimméid dos na h-uilleaċa ar aġaiḋ an peiḋre eile nó gur uilleaċa forlíonta iad.
3. An mó líne a taḋlfaḋ dá ċiorcal (1) nac ngearrann a céile, (2) a ġearrann a céile? Taisbeáin conus a tarraingeoċtá coṁ-taḋluiḋe do dá ċiorcal a ġearrann a céile.
4. Triantán is eaḋ PQR i n-a ḃfuil Q i n-a maol-uillinn agus tá RS ingearaċ le PQ, cruṫuiġ $RQ^2 = RP^2 + PQ^2 - 2\,PQ.PS$. Má tá QT ingearaċ le PR tarraing as san $PQ.PS = PT.PR$.
5. Tarraing triantán dronuilleannaċ i n-a ḃfuil an taoḃagán 2·7″ ar faiḋ agus sín uilleann amáin $= \cdot 6$.

6. Tá córda i gciorcal agus iomċruiġeann sé uille 37° 15′ ag an imlíne, faiġ (1) treasnán an ċiorcail (2). faid an ċórda ó'n lár.

4.

1. Sain-ṁíniú do ṫabairt ar "dronuilleóg." Cruṫuiġ gur dronuilleóg an ḟioġair a deineann comroinnteoirí na n-uilleann i gcomṫreoṁarán.
2. Ḋá ṗoinnte A agus B ar an dtaoḃ céadna de dronlíne XY. Cruṫuiġ go ḃfuil suim faid A agus B ó XY cudrom le dá oiread faid lár-ṗoinnte AB uaiḋ. Sgríoḃ agus cruṫuiġ an tairscint a ḃéaḋ ann nuair atá XY idir A agus B.
3. Léiriġ tré céimseatain: $(a + b + c)^2 \equiv a^2 + b^2 + c^2 + 2\,ab + 2\,bc + 2\,ca$.
4. Trí poinntí có-líneaċa is eaḋ P, A agus B agus poinnte lasmuiġ de'n líne sin, C i gcaoi go ḃfuil $PA.PB = PC^2$, tearbáin go ḃfuil an uille PCA cudrom leis an uillinn ABC. Sgríoḃ agus cruṫuiġ a aisiompó sin.
5. Seolann long trí míle ó ṫuaiḋ agus annsan cúig míle san treo ó ṫuaiḋ 37° láṁ siar, an fada atá sí ó'n áit ar fág sí? Faiġ a suiḋeaṁ anoir i leiṫ na h-áite sin.
6. Ó ḃarr faille 450 troiġ ar aoirde, is í $37\frac{1}{2}°$ uille ísle ḃáid iascaiġ amuiġ ar an ḃfairrge. Faiġ a faid ó ḃun na faille.

5.

1. Cad é an dronlíne is goire is féidir a tarraingt ó imlíne ciorcail go dtí imlíne ciorcail eile, nuair naċ ngearrann siad a ċéile? Cad é an ceann is sia?

   Breiṫniġ an dá ċás so leis: (1) nuair a ġearrann na ciorcail a ċéile; (2) nuair a ṫadlaid a ċéile.
2. Comṗoinntear stuaic-uille A de ṫriantán ABC go h-inmeadonaċ is go seaċtarach agus teangṁuiġid na comṗoinnteoirí leis an mbonn ag D agus E fá seaċ. DL agus DM na h-ingir ar AC agus AB fá seaċ. Cruṫuiġ gur comfaid do DL agus DM.

Má tarraingiġtear ingir ó E ar na sleasa céadna, cruṫuiġ gur coṁḟaid dóiḃ.

3. Léiriġ tré céimseatain: $(m + 2n)^2 \equiv m^2 + 4n^2 + 4mn$.
4. Tá cearnóg agus triantán coṁleasaċ ar an mbonn céadna. 27 órlaiġe cearnaiṫe is fairsinge do'n triantán, faiġ fairsinge na cearnóige.
5. Sleasa triantáin 12, 8 agus 6. Faiġ (1) an uille is mó (2) an t-ingear is giorra ó rinn ar ṡlios.
6. Cad is gaċ-uille ann? Cruṫuiġ le fíoġair

$$\text{(a) sín. } A = \text{sín. } (\pi - A) \quad \text{(b) cóṡín } \frac{\pi}{4} = -\text{cóṡín. } \frac{3\pi}{4}$$

6.

1. Coṁṫreoṁarán ABCD. XY líne ar biṫ lasmuiġ de. P pointe cumair na dtrasnán. Cruṫuiġ go bfuil suim na n-ingear ó A, B, C agus D ar an líne sin cudrom le ceiṫre oiread an ingir ó P air.
2. Tá dá córda ingearaċ le céile i gciorcal. Cruṫuiġ go bfuil suim peidre stuaġ ar aġaiḋ a céile cudrom le suim an dá stuaḋ eile; gaċ ceann aca beiṫ cudrom le leaṫ imlíne an ċiorcail.
3. Cad a ṫuigeann tú le "coṁḟreagarṫaċt timċeall ar líne"? Innis cad is eol duit mar ġeall ar coṁḟreagarṫaċt na bfíoġraċ so: (a) camaċearn (b) dá ċiorcal ag gearraḋ a céile (c) dronuilleóg (d) coṁṫreoṁarán.
4. Cruṫuiġ le fíoġair $x(a + b - c) \equiv xa + xb - xc$.
5. Tá fear 6 troiġṫe ar airde na ṡeasaṁ 40 troiġ ó bun túir 63 troiġṫe ar airde. Faiġ an uille a iomċruiġeann an túr ag a ṡúil.
6. Sleasa triantáin 10 agus 5 agus 76° an uille eatorra. Faiġ (1) faid an tréas sleasa, (2) fairsinge an triantáin.

7.

1. Tarraing triantán ABC i n-a bfuil AB = 2·4 órlaiġe, BC = 1·3 órlaiġe agus CA = 1·7 órlaiġe. Ar líne órlaċ ar faid déan dronuilleóg ar aon fairsinge leis an triantán sin.

2. Taḃlann dá ċiorcal a ċéile go seaċtaraċ ag P. Tarraingtear dá ḋronlíne PAB agus PCD a teangṁuiġeann leis na ciorcail in A, B, C agus D (A agus C ar ċiorcal amáin). Cruṫuiġ go ḃfuil CA comṫreoṁar le BD.

3. Ó ṗoinnte ar ḃonn triantáin ċomċosaiġ tarraing dá ingear ar na sleasa eile. Teasḃáin go ḃfuil a suim tairisṁeaċ. Sgríoḃ agus cruṫuiġ an teoragán má ḃíonn an poinnte sa ḃonn ar a leanaṁaint.

4. Cruṫuiġ go nḋeineann na cúig trasnáin de ċúig-ṡleasán riarṫa, cúig-ṡleasán riarṫa eile.

5. Dá ṡlios ċomġaraċa de ċomṫreoṁarán 4 órlaiġe agus 7 n-órlaiġe ar ḟaid agus 47° an uille eatorra, faiġ faid an dá ṫrasnán.

6. Tóg triantán ABC i n-a ḃfuil BC = 2·2 órlaiġe, taḃl B = ·5 agus taḃl C = $\frac{2}{3}$.

8.

1. Comṫreoṁarán ABCD. Faiġ poinnti gur comḟaid dóiḃ ó ḟaid dóiḃ ó AB agus AC agus gur comḟaid dóiḃ ó BC agus AD leis.

2. Faiġ lorg lár-ṗoinnte na gcórdaí go léir tré ṗoinnte suiḋte i gciorcal.

3. Triantán ABC agus D, E agus F lár-ṗoinnti BC, CA agus AB fá seaċ. Tá AP ingearaċ le BC. Cruṫuiġ go ḃfuil an uille EDF cudrom leis an uillinn EPF.

4. Tá dá ċórda ingearaċa AB agus CD i gciorcal. O a ḃpoinnte cumair. Cruṫuiġ $OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$ = ceiṫre oiread na cearnóige ar an nga.

5. I gciorcal go ḃfuil a ġa 2·3 órlaiġe tá córda ag iomċur uilleann 53° 31′ ag an imlíne, faiġ (1) faid an ċórda (2) a ḟaid ó'n lár.

6. Dá ċiorcal i n-a ḃfuil na láir 6 órlaiġe ó na ċéile; 3 órlaċ agus $2\frac{1}{2}$ órlaċ a ngaeṫe. Faiġ an uille idir gaċ peire dá gcomṫaḃluiḋṫe.

9.

1. Taisbeáin conus a ḋéanfá comṫreoṁarán ma's eol duit fad an dá ṫrasnán agus méid na h-uilleann eatorra.
2. Triantán is eadh ABC i n-a bfuil C i n-a dronuillinn. Tarraing CD ingearaċ le AB agus cruṫuiġ (1) $AC.CB = AB.CD$ (2) $AB.BD = BC^2$.
3. Tarraingiġtear dá líne PAB agus PCD i gcaoi go bfuil $PA.PB = PC.PD$, cruṫuiġ go bfuil an uille BAD cudrom leis an uillinn BCD.
4. Dá tadluiḋe comṫreoṁara do ċiorcal, cruṫuiġ go dtéiġeann líne ceangail a bpointí tadaill tré lár an ċiorcail.
5. Gluaisiġeann duine cúig míle ó ṫuaiḋ agus annsan trí míle go leiṫ soir ó ḋeas. An fada atá sé ó'n bpointe tosaiġ annsan?
6. Triantán coṁṡleasaċ is eadh ABC. Tá AD ingearaċ le BC. Leantar AD go dtí E i gcaoi go bfuil AE cudrom le AB. Faiġ méid na h-uilleann AEB.

10.

1. Taisbeáin conus a ḋéanfá cearnóg a ḃéaḋ ar aon fairsinge le ceaṫairsleasán áiriṫe.
2. Cad a ṫuigeann tú le fad pointe ó imlíne ciorcail? Tá ciorcal go bfuil a ġa $1\frac{1}{4}$ órlaċ agus gluaisiġeann pointe i gcaoi go bfuil sé i gcoṁnuiḋe órlaċ ó imlíne an ċiorcail. Tarraing a lorg. Cruṫú do ċur leis.
3. Tarraing líne comṫreoṁar le slios de ṫriantán i gcaoi go mbeiḋ an ċuid idir an dá slios eile cudrom le (1) dron-líne áiriṫe (2) suim na gcuid n-íoċtarach de'n dá slios sin.
4. Léiriġ tré ċéimseaṫáin: (a) $4(x - y) \equiv 4x - 4y$ (b) $(a - 5)(a + 4) \equiv a^2 - a - 20$.
5. Tarraing línte (1) $\sqrt{3}$ órlaiġe (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ órlaiġe ar fad. Tarraing go cruinn uilleaċa go bfuil a sin cudrom le (1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

6. Cruṫuiġ $a = b$ cósín $C + c$ cósín B agus abair cad é an t-aṫrú a ċaiṫfear déanaṁ i gcruṫú na fuirmle sin má's maol-uille C.

11.

1. Dá ṫriantán ṁaoluilleannaċa i n-a ḃfuil dá ṡlios de'n ċeann aca cudrom le dá ṡlios de'n ċeann eile agus ceann des na géar-uilleaċa (ná fuil idir na sleasa páirte) cudrom leis an gcoṁ-uillinn san ċeann eile, cruṫuiġ gur ionann an dá ṫriantán.
2. Tá cearnóg agus dronuilleóg ann. Tearbáin conus a ḋéanfá cearnóg ar aon ḟairsinge le n-a suim.
3. Dá ṗoinnte suiḋte A agus B. Gluaisiġeann poinnte P i gcaoi go ḃfuil an uille APB tairisṁeaċ. Cad é lorg P? Tearbáin conus triantán do ṫógaint má's eol duit a ḃonn, a stuaic-uille agus a aoirde ingearaċ.
4. Cúigsleasán ar biṫ ABCDE. XY líne ar biṫ. Déintear sleasa an ċúigsleasáin d'ḟortarlaic ar XY. Cruṫuiġ go ḃfuil suim sgáṫ-ingear ceiṫre slios ar biṫ díoḃ cudrom le sgáṫ-ingear an ċúigeaḋ sleasa. [Caiṫfear treo na línte d'áireaṁ sa ċeist seo. Siġneaċa contrárḋa a ḃeiḋ ag línte ag síneaḋ i dtreoṫa contrárḋa.]
5. 8 n-órlaiġe, 10 n-órlaiġe agus 12 órlaċ faid slios triantáin. Faiġ (1) an uille is mó (2) faid coṁ-ṗoinnteora na h-uilleann is mó.
6. Ó ṗoinnte ar an dtalaṁ sí uille aoirde ḃarr tiġe 63 troiġ ar aoirde ná 39° 17′. Faiġ faid an ṗoinnte ó ḃun an tiġe.

12.

1. Cruṫuiġ go ḃfuil uille ṡeaċtaraċ de ṫriantán cudrom le suim an dá uillinn inṁeaḋonaċ ar a n-aġaiḋ. ABC triantán i n-a ḃfuil A i n-a dron-uillinn. Leantar BC i ngaċ treo, cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-uilleann seaċtaraċ a déintear dá ḃarr sin cudrom le trí dronuilleaċa.

2. Tarraing triantán coṁṡleasaċ ar líne 2 órlaċ ar faid. Teasbáin conus a ḋéanfá cearnóg a ḃeaḋ ar aon fairsinge leis. Sgríoḃ faid sleasa na cearnóige sin i ḃfuirm surd. Teasbáin conus a tarraingeoċtá líne $\sqrt[4]{3}$ órlaiġe ar faid.

3. Cruṫuiġ go gcaiṫfiḋ gaċ coṁṫreoṁarán i gciorcal ḃeiṫ i n-a ḋronuilleóig (nó i n-a ċearnóig) agus go gcaiṫfiḋ gaċ coṁṫreoṁarán timċeall ar ċiorcal ḃeiṫ i n-a ċaṁċearn nó i n-a ċearnóig.

4. Poinnte ag gluaiseaċt i gcaoi gur coṁfaid ḋó ó ḋá líne (1) a ġearrann a ċéile (2) coṁṫreoṁar le na ċéile, faiġ a lorg. Teasbáin conus a ċuirfeá ciorcal i n-a ḃfuil ga áiriṫe ag taḋall ḋá líne a ġearrann a ċéile. An mó réiḋteaċ atá ar an gceist sin? An féidir an ċeist do réiḋteaċ má ḃíonn na línte coṁṫreoṁar?

5. Dronuilleóg i n-a ḃfuil slios amáin cuḋrom le ḋá oiread an tsleasa eile, faiġ na h-uilleaċa a ḋeineann na trasnáin leis na sleasa agus le n-a ċéile.

6. Tarraing uille go ḃfuil a sín cuḋrom le ·6 agus uille eile go ḃfuil a sín cuḋrom le ·8. Déan uille cuḋrom le suim an ḋá uillinn sin. Faiġ a sín sin. Tárḋáil an freagra ó sna táiblí.

13.

1. Tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil AB níos sia 'ná AC. Gearrtar AB cuḋrom le AC. Leantar BA go dtí E i gcaoi go mbeiḋ AE cuḋrom le AC. Sgríoḃ síos luaċ BD agus BE fé ġné b agus c agus luaċ na n-uilleann BCD agus ACD fé ġné B agus C.

2. Teasbáin conus dronlíne do roinnt i n-a ḋá cuid i gcaoi go mbeiḋ an dronuilleóg fé'n ḋá ċuid ar aon fairsinge le cearnóig áiriṫe. An ḃfuil aon teora le méid na cearnóige? Conus a roinnfeá an líne i gcaoi go mbeiḋ fairsinge na cearnóige ar an méid is mó?

3. Tá ḋá ċiorcal ag gearraḋ a ċéile. Tarraingiġtear ḋá ṫeasgaiḋe tré poinnte cumair amáin a ḋéanfaḋ

uilleaċa cudroma leis an gcoṁ-ċórda. Cruṫuiġ go bfuilid cudrom. Cad é an teasgaiḋe is sia gur féidir a ṫarraingt tríd an ṗoinnte cumair ?

4. Léiriġ tré ċéimseatain : (a) $6^2 - 3^2 \equiv (3)(9)$ (b). $(x + 3)\ (x - 2) \equiv x^2 + x - 6$.
5. Tarraing líne AB 2a aonaid ar ḟaid. Tóg leaṫ-ċiorcal air. Ó lár an ċiorcail O tarraing OP i dtreo go mbeiḋ an uille BOP cudrom le leaṫ dronuilleann. Tarraing PQ ingearaċ le AB. Faiġ luaċ PQ, AQ agus AP fé ġné a agus as san sgríoḃ síos coiḃneasa triantánaṁla $22\frac{1}{2}°$.
6. Is í 35° uille aoirde barr tiġe ag poinnte áiriṫe ar an dtalaṁ agus 45° a uille aoirde ag poinnte 100 troiġ níos goire do'n tiġ. Faiġ aoirde an tiġe.

14.

1. Tarraing cearnóg ar ḟlios 5 centiméadair ar ḟaid. Ar líne órlaċ ar ḟaid déan dronuilleóg ar aon ḟairsinge léi. Faiġ faid an tsleasa eile i n-órlaiġe. As san faiġ an gaol atá idir órlaiġe cearnaċa is centiméadair cearnaċa.
2. Tarraing ciorcal a ṫadlfaḋ dá líne ċoṁṫreoṁara agus a raġaḋ tré ṗoinnte áiriṫe eatorra.
3. Teasbáin conus a ḋéanfá cúigsleasán rialta ar bonn áiriṫe.
4. Conus a roinnfeá líne AB go seaċtaraċ ag C i gcaoi go mbeiḋ AC.CB cudrom le (1) AB^2 (2) cearnóig ar líne áiriṫe ?
5. Tá triantán i gciorcal agus 2 órlaċ, 3 órlaċ agus 4 órlaiġe faid a ṡlios. Faiġ ga an ċiorcail.
6. Tóg go cruinn an triantán ABC i n-a bfuil AB 2·5 órlaċ ar ḟaid, sin A cudrom le ·5 agus taḋl B cudrom le $\frac{1}{3}$.

15.

1. Tóg triantán ar biṫ agus cearnóg. Teasbáin conus a ḋéanfá cearnóg ar aon ḟairsinge le na ruim.
2. Tarraing líne 5 órlaiġe ar ḟaid agus teasbáin conus í roinnt go h-inṁeaḋonaċ i gcaoi go mbeaḋ

toraḋ an ḋá ċuid = 3 órlaiġe cearnaċa. Teasbáin go dtugann an ceist seo péiḋteaċ $x^2 - 5x + 3 = 0$.

3. Tá ḋá ċiorcal le taḋall inmeaḋonaċ ag P. Taḋlann AB, córda de'n ċiorcal mór, an ciorcal eile ag C. Cruṫuiġ go ḃfuil an uille APC cudrom leis an uillinn BPC.
4. Tá ḋá líne AB agus CD agus P a bpointe cumair ar a leanaṁaint i dtreo B agus D. Q pointe cumair AD agus BC. Má tá AP.PB = CP.PD cruṫuiġ AQ.QD = BQ.QC.
5. Ḋá ṡlios de ṫriantán 3 agus 7 agus 115° an uille eatorra, faiġ (1) an treas slios, (2) faid an ingir ar an slios sin ó'n rinn ar a aġaiḋ.
6. Tá ḋá taḋluiḋe ó ṗointe do ċiorcal 3 órlaiġe ar faid. 33° an uille eatorra. Faiġ ga an ċiorcail agus faid an ṗointe ó lár an ċiorcail.

16.

1. Tá trí pointí A, B agus C ná fuil có-líneaċ. Teasbáin conus a ġeoḃtá ḋá ṗointe gur coṁfaid dóiḃ ó B agus C agus gur coṁfaid dóiḃ ó AB agus AC leis.
2. Tarraing dronuilleóg ABCD le AB $2\sqrt{6}$ centiméadair ar faid agus BC 5 centiméadair ar faid. Déan cearnóg ar aon fairsinge léi. Teasbáin gaċ líne tógála go soiléir.
3. Tá triantán ABC i n-a ḃfuil AD ingearaċ le BC. Má's é E lár-ṗointe BC, cruṫuiġ $AB^2 - AC^2 = 2\,BC.ED$.
4. Má ṫuiteann in-lár agus im-lár triantáin ar a ċéile cruṫuiġ gur triantán coṁsleasaċ é.
5. I gceaṫairsleasán ABCD tá AB órlaċ ar faid, BC $2\frac{1}{2}$ órlaċ, CD 3 órlaċ agus DA 4·1 órlaiġe agus an uille ABC 109°. Faiġ méid na n-uilleann eile.
6. Seolann long 5 míle ó ṫuaiḋ 30° láṁ soir agus annsan 10 míle soir. Cé'n faid atá sí anoir ó'n áit ar fág sí?

17.

1. Má roinntear líne go cudrom is go neaṁ-ċudrom, teasbáin go ḃfuil deifir na gcuid neaṁ-ċudrom

cudrom le dá oiread na líne idir na pointí roinne. Sgríoḃ an teoragán agus cruṫuiġ nuair a ḃeiḋ an líne roinnte go seaċtaraċ.

2. Comṫreormarán ABCD agus X pointe lasmuiġ de'n uillinn BCD. Cruṫuiġ go ḃfuil an triantán XAC ar aon ḟairsinge le suim na dtriantán XCD agus XBC.

3. Tógtar leaṫ-ċiorcal ar líne AB. CD córda comṫreormar le AB. P pointe ar biṫ ar AB. Cruṫuiġ $AP^2 + BP^2 = PC^2 + PD^2$.

4. Taisbáin conus triantán do ṫógaint má's eol faid na dtrí meadon-líne.

5. Tá sin $A = \cdot 6$, tadl $B = 2{\cdot}4$ faiġ luaċ sin A cósin B + cósin A sin B gan luaċ na n-uilleann d'ḟaġáil. Tásdáil an freagra ó 'sna táiblí.

6. 'Na ṡeasaṁ dó ar port abann, ċonnaic fear gurab í uille aoirde leaċt ar an dtaoḃ eile 'ná 63°. Ar ṡiuḃal i ndiaiḋ a ċúil díreaċ dó 100 troiġ, b'í 35° a uille aoirde. Faiġ aoirde an leaċt.

18.

1. Tá sreaṫ triantán ar an mbonn ċéadna agus stuaic-uillinn ċéadna aca, cioca ceann díoḃ is mó fairsinge?

2. Taisbáin conus a roinnfeá líne i gcaoi go mbeaḋ suim na gcearnóg ar na coda ar aon ḟairsinge le cearnóig áiriṫe. Ḃfuil aon teora le méid na cearnóige sin?

3. Cuirtear triantáin ċoṁsleasaċa ar sleasa triantáin dronuilleannaiġ. Cruṫuiġ go ḃfuil an ceann ar an dtaoḃagán ar aon ḟairsinge le suim an dá ċeann eile.

4. Tá pointe P idir dá líne OA agus OB. Taisbáin conus a ṫarraingeoċtá líne CPD ag gearraḋ OA agus OB in C agus D fá seaċ, i gcaoi go mbeaḋ (1) $PC = PD$ (2) $PC = 2\,PD$.

5. Cad é an gaol atá idir coiḃneasa triantánaṁla uilleann agus coiḃneasa triantánaṁla a foirlíon? Cad is luaċ do θ má ḃíonn (1). sin θ = sin 3θ (2). cósin 3θ = — cósin $(30° + 2\theta)$?

6. Tarraing graf de sin θ + cóṡin θ le h-aġaiḋ luaċ θ idir 0° agus 180°. Cad is uasluaċ do'n tslonn?

19.

1. Tarraing cearnóg ar líne ar biṫ agus déan cearnóg eile ar aon ḟairsinge le n-a leaṫ.
2. AB trearnán leaṫ-ċiorcail. C agus D pointí ar biṫ ar an imlíne. Teangṁuiġeann AC agus BD le ċéile in P agus AD agus BC le ċéile in Q; cruṫuiġ go bḟuil PQ ingearaċ le AB.
3. Teasbáin conus líne AB 2 órlaċ ar ḟaid do roinnt go seaċtaraċ ag C i gcaoi go mbeiḋ AC.CB = 16 órlaiġe cearnaċa. (a) Réiḋtiġ $x^2 + 2x - 16 = 0$. tré ċéimseaṫain.
4. Teasbáin conus a ṫarraingeoċtá tré ṗointe áiriṫe córda a ḃeaḋ cudrom le líne áiriṫe. An féidir é ḋéanaṁ i gcoṁnuiḋe?
5. Dréimire 40 troiġ ar ḟaid i n-a leaṫ-ṡeasaṁ i gcoinne falla, deineann sé uille 57° leis an dtalaṁ. Tarraingiġtear an bonn 3 troiġ níos sia amaċ ó'n bḟalla. Cad í an uille a ḋeineann sé anois leis an dtalaṁ?
6. Faiġ an uille a ḋéanfaḋ ṫrearnán ciúbe le aġaiḋ na ciúbe.

20.

1. Ceaṫairṡleasán i n-a bḟuil peiḋre sleas ar aġaiḋ a ċéile cudrom le suim an ṗeiḋre eile, cruṫuiġ go bḟuil coṁroinnteoirí na n-uilleann coṁċumaraċ.
2. Cioca is sia, imlíne dronuilleóige nó imlíne cearnóige de'n ḟairsinge céadna? Conus a lúbfá giota sreang iarainn i gcaoi go ndéanfaḋ sé an dronuilleóg is mó fairsinge?
3. Má tá dá ċeaṫairṡleasán coṁṡleasaċ le céile, an coṁionann iad? Tá dá ċeaṫairṡleasán coṁṡleasaċ le céile agus uilleaċa idir peiḋre coṁṡleasa ins gaċ ceann cudrom, cruṫuiġ gur coṁionann iad.

4. AB agus CD ḋá ċórda ciorcail gur ga do g, agus gearrann siad a ċéile go h-ingearaċ ag O, cruṫuiġ $AB^2 + CD^2 = 4\ AO.OB + 4\ g^2$.
5. Tarraing uille A i gcaoi go mbeiḋ a sín = ·8 agus uille B go bḟuil a sín = $\frac{5}{13}$. Déan uille cudrom le n-a suim. Teasbáin uaiḋ sin ná fuil sín suim ḋá uillinn cudrom le suim a sín. Faiġ luaċ na n-uilleann go léir sa ċeist ó sna táiblí.
6. Réiḋtiġ: cóṡín x = taḋl x. An bḟuil níos mó 'ná luaċ aṁáin de x idir 0° agus 180° a ṡásóċaiḋ an ċudromóid. Léiriġ an freagra le fíoġair.

21.

1. Teasbáin má bíonn meaḋon-líne triantáin cudrom le leaṫ an tsleasa a ċoṁroinneann sé, gur triantán dronuilleannaċ é. Cad é an saġas triantáin a beaḋ ann má tá (1) "níos sia 'ná," (2) "níos giorra 'ná," i n-ionad "cudrom le" sa ċeist. Cruṫuiġ.
2. Má ċoṁroinntear uilleaċa seaċtaraċa ceaṫair-ṡleasáin deineann na coṁroinnteoirí seo ceaṫair-ṡleasán comċiorcalaċ. An bḟuil sé seo fíor i dtaoḃ coṁroinnteoirí inṁeaḋonaċa ceaṫair-ṡleasáin?
3. Triantán is eaḋ ABC a bḟuil ciorcal timċeall air. I lár a in-ċiorcail; cruṫuiġ gur coṁfaid do lár-ṗoinnte an stuaiḋ BC ó B, C agus I.
4. Ar an leaṫanaċ céadna agus leis an aonad céadna tarraing graf sín x agus graf cóṫaḋl x ar luaċa x idir 0° agus 70°. Uaiḋ sin faiġ luaċ x a ḋéanfaḋ sín x = cóṫaḋl x. Tásdáil an freagra ó sna táiblí.
6. Tá triantán ABC i n-a bḟuil B = 49°, C = 57° insgríoḃta i gciorcal gur ġa do 5 centiméadair; faiġ faid slios an triantáin.

22.

1. An bḟuil fostarlaic ḋá líne cudroma i gcoṁnuiḋe ar aon faid? Caṫain a beiḋ? Léiriġ an freagra le fíoġair.
2. Triantán dronuilleannaċ i n-a bḟuil an taobagán cudrom le ḋá oiread sleasa eile, cruṫuiġ go bḟuil

ceann des na géar-uilleaċa cudrom le ḋá oiread an ċinn eile.

3. Gluaisiġeann pointe i gcaoi go ḃfuil suim na gcearnóg ar na línte a ċeangluiġeann é de reanna coṁṫreorṁaráin tairisṁeaċ, cruṫuiġ gur imline ciorcail a lorg.
4. P pointe lasmuiġ de ċiorcal. Teasbáin conus a ṫarraingeoċṫá teasgaiḋe PAB a ġearrfaiḋ an ciorcail in A agus B i gcaoi go n-ioṁċróċaḋ AB uille áiriṫe ag an imline.
5. Tá crann brataiġ i n-a ṡeasaṁ ar barr tiġe. Ó ṗointe 350 troiġ ó ḃun an tiġe, is iad uilleaċa aoirde ḃarr an tiġe agus ḃarr an ċrainn ḃrataiġ 'ná 35° agus 37° fá seaċ. Faiġ (1) aoirde an tiġe (2) aoirde an ċrainn ḃrataiġ.
6. Faiġ luaċa A idir 0° agus 360° a ṡásóċaiḋ
$$2\ \text{cóṡín}\ {}^2A = 1 - \text{sín}\ A.$$

23.

1. Faiġ pointe i ndron-líne áiriṫe gur coṁfaid do ó ḋá ḋron-líne áiriṫe. An féidir é seo do ḋéanaṁ i gcoṁnuiḋe?
2. Tóg ḋá ċearnóig. Teasbáin conus a ċuirfeá ar dron-líne áiriṫe dronuilleóg ar aon ḟairsinge le n-a ndeifir.
3. Tá tadall inṁeaḋonaċ ag ḋá ċiorcal ag P. Tarraing AB córda de ċeann aca ag tadall an ċinn eile ag C. Cruṫuiġ go ḃfuil an uille APC cudrom leis an uillinn BPC.
4. Teasbáin conus a roinnfeá dronuille (1) i dtrí ċoda ċudroma, (2) i gcúig coda cudroma tré ċéimseatain.
5. Cruṫuiġ (1) $(\text{taḋl}\ x + \text{teasg}\ x)^2 = \dfrac{1 + \text{sín}\ x}{1 - \text{sín}\ x}$
(2) $\text{sín}\ {}^2A\ \text{cóṡín}\ {}^2B - \text{cóṡín}\ {}^2A\ \text{sín}\ {}^2B = \text{sín}\ {}^2A - \text{sín}\ {}^2B.$
6. Faiġ fairsinge cúigṡleasáin riarṫa ar ḃonn 2 órlaċ.

24.

1. Ar line $2\frac{1}{2}$ órlaċ tóg teasgán ciorcail i n-a mbeiḋ uille de 120°. Toṁais ga an ċiorcail agus fíoruiġ an freagra tré ríoṁaireaċt.

2. Teasbáin an mó sórt coṁḟreagarṫaċta atá ag na fíoġraċa seo á ráḋ an mó ais coṁḟreagarṫaċta atá ag gaċ ceann díoḃ: (1) coṁṫreoṁarán (2) cúigṡleasán rialta (3) séṡleasán rialta.

3. Teasbáin conus dron-líne do roinnt i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ an dronuilleóg fé'n líne iomlán agus cuid di cudrom le dá oiread na cearnóige ar an gcuid eile. Cad í an ċudromóid ċearnaċ a réiḋtiġeann an tógáil seo?

4. Teasbáin conus córda d'ḟaid áiriṫe do ċur i gciorcal i gcaoi go mbeaḋ sé coṁṫreoṁar le líne áiriṫe.

5. Ta triantán ABC i n-a ḃfuil taḋl B $= \frac{19}{13}$ taḋl C

$= \frac{11}{5}$ agus AD an t-ingear ó A ar BC 4 órlaiġe ar

ḟaid. Tóg an triantán so go cruinn gan agat ċuige aċ riaġail agus compás. Toṁais AB agus AC. An freagra do ṫásdáil tré ríoṁaireaċt.

6. Tá fear 5 troiġte 6 órlaiġe ar airde, i n-a ṡeasaṁ 80 troiġ ó ḃun túir agus ċíonn sé gurab í uille airde ḃarr an túir 53°. Faiġ airde an túir.

25.

1. Faiġ lorg lár na gciorcal a ṫaḋlann dá líne ċoṁ-ṫreoṁara. Teasbáin conus ciorcal do ṫarraingt a ṫaḋalfaḋ dá líne ċoṁṫreoṁara agus a raġaḋ tré ṗoinnte áiriṫe. An mó réiḋteaċ atá ar an gceist?

2. Roinn líne 8 gcentiméadair ar ḟaid i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ an dronuilleóg fúta 9 gcentiméadair ċearnaċa ar ḟairsinge. Cad í an ċudromóid ċearnaċ a réiḋtiġeann an tógáil sin?

3. Teasbáin go ḃfuil dá ṁeaḋon-líne i dtriantán níos sia 'ná an treas ceann.

4. Ó ṗoinnte ar biṫ ar imlíne dronuilleóige tarraing-iġtear ingir ar na treasnáin. Cruṫuiġ go ḃfuil suim na n-ingear san tairisṁeaċ.

5. Faiġ fairsinge an ċoṁṫreoṁaráin gurab faid treasnán dó 17 n-órlaiġe agus 21 órlaiġe agus 57° an uille eatorra.

6. 66° an uille idir ḋá taḃlaiḋe do ċiorcal go ḃfuil a ġa órlaċ ar faḋ. Faiġ méid na n-uilleann atá ceangailte i n-a bpointeann an córda taḃaill an ċiorcal.

26.

1. Triantán a ḃfuil a sleasa 3 órlaċ, 2½ órlaċ agus 2 órlaċ ar faḋ. Tarraing in-ċiorcal an triantáin sin. Cuir cruṫú leis.
2. Cruṫuiġ go ḃfuil uilleaċa an triantáin ḃonn-ingearaiġ coiṁpointe go h-inṁeaḋonaċ ag na h-ingir agus go sealtraċ ag sleasa an triantáin.
3. Gearrann dá ċiorcal a ċéile ag P agus Q. Tá APB coiṁṫreoṁar le lár-líne na gciorcal (A agus B ar imlíne an dá ċiorcal). Cruṫuiġ go ḃfuil APB níos sia 'ná aon líne eile tré P go ḃfuil a foirceann ar imlíne na gciorcal.
4. Teasbáin tré ċéimseatain: $(x-3)^2+6x \equiv x^2+9$.
5. 7·2 cm. is faḋ do dá taḃlaiḋe do ċiorcal go ḃfuil a ġa 4·5 ceintiméadair ó pointe lasmuiġ de; faiġ (1) méid na h-uilleann eatorra (2) faḋ an pointe ó lár an ċiorcail.
6. Ag pointe A is í uille airde túir 31° agus ag pointe 1020 troiġ níos goire dó 52° a uille airde. Faiġ airde an túir.

27.

1. Cruṫuiġ gur trom-uilleóg an fioġair a ḋeineann coiṁpointeóirí na n-uilleann i gcoiṁṫreoṁarán.
2. Tugtar suiḋeaṁ dá lár-pointe sleas gcoiṁgarac trom-uilleóige, faiġ loig na gceiṫre rinn.
3. Conas a ḋéanfá oċtṡleasán riaġalta tré na ceiṫre cúinní do ḃaint de ċearnóig?
4. Tá cearnóg ar líne 2 órlaċ ar faḋ. Déan cearnóg i n-a ṁéid leaṫ fairsinge na cearnóige sin. Cruṫuiġ é. Tomais an slios agus taisbeáin an freagra.
5. Tá tiġ 500 troiġ ó ḃun cnuic. 45° uille airde barr an ċnuic ó ḃun an tiġe agus 42° a uille airde ó ḃarr an tiġe. Faiġ airde an tiġe.

6. Tóg triantán ABC i n-a bhfuil CD, an t-ingear ó C ar AB 5 centiméadair ar faid; taḋl A = ·625 agus sin B = ·8.

28.

1. Má tá gaċ slios cudrom de ṫriantán comċosaċ níos sia 'ná an slios eile, cruṫuiġ go bhfuil an uille idir na sleasa cudroma níos luġa 'ná dá dtrian de ḋronuillinn.
2. Tá líne XY agus pointe P órlaċ uaiṫi. Faiġ pointí a ḃeiḋ
   (1). ½ órlaiġ ó XY agus 1¾ órlaċ ó P (4 cinn).
   (2). ½ órlaiġ ó XY agus 1½ órlaċ ó P (3 cinn).
   (3). ½ órlaiġ ó XY agus ½ órlaiġ ó P (ceann aṁáin).
3. Roinn líne i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ an ċearnóg ar ċuid aṁáin cudrom le trí oiread na cearnóige ar an gcuid eile. [Cudromóid ċearnaċ do réiḋteaċ agus uaiḋ sin an réiḋteaċ céimseataṁail d'ḟaġáil.]
4. Dá ċiorcal naċ ngearrann a ċéile agus gur láir dóiḃ S agus T. Roinntear ST ag Q i gcaoi go bhfuil $SQ^2 - QT^2$ cudrom le deifir na gcearnóg ar ġaeṫe na gciorcal. Tarraingiġtear líne tré Q ingearaċ le ST. Cruṫuiġ go bhfuil na taḋluiḋte do sna ciorcail ó ṗointe ar biṫ ar an líne sin, ar aon ḟaid.
5. Tá pointe P lasmuiġ de líne AB atá 2·7 órlaiġ ar faid. 22° 30′ agus 47° méid na n-uilleann PAB agus PBA fá seaċ. Faiġ faid an ṗointe P ó AB, do'n ċéadṁaḋ órlaiġ is goire dó.
6. Fear ar ḃarr faille 110 troiġ ar airde, ċíonn sé dá ḃád i n-aon líne aṁáin le na ṡúil, agus is iad a n-uilleaċa ísle 49° agus 27°. Faiġ a ḃfaid ó na ċéile.

29.

1. Insgríoḃ i gciorcal triantán agus dá ṡlios de ar faid áiriṫe. An mó réiḋteaċ atá ar an gceist sin ?
2. Cruṫuiġ go gcaiṫfiḋ treasnán aṁáin de ċom-ṫreorṁarán ḃeiṫ níos sia 'ná (1) an ceann eile (2) aon ċeann des na sleasa.

3. Roinn dronlíne i n-a ḋá cuid i gcaoi go mbeiḋ an ċearnóg ar ċuid aṁáin ar aon ḟairsinge le ḋá oiread na dronuilleóige fé'n líne iomláin agus an ċuid eile.
4. Ar ḃonn $1\frac{1}{2}$ órlaċ ar ḟaid tarraing triantán coṁċosaċ i n-a mbeiḋ gaċ bonnuille cudrom le ḋá oiread na stuaic-uilleann.
5. Tarraing go cruinn uille 37° 30′ gan agat ċuige aċ compás agus riagail. Faiġ coṁ cruinn agus is féidir leat sin agus taḋall na h-uilleann sin. Cuir na freagraí sin i gcomparáid leis na luaċa a ġeiḃtear ó sna táiḃlí.
6. I dtriantán ABC tá $b = 5$, $c = 9$ agus $A = 93°$. Faiġ a agus an t-ingear ó A ar BC.

30.

1. Tá ḋá ṗoinnte P agus Q agus dronlíne ar biṫ XY. Teasbáin conus PL agus QM do ṫarraingt coṁṫreoṁar le céile a ġearrfaiḋ XY in L agus M i gcaoi go mbeiḋ LM ar aon ḟaid le PQ.
2. Léiriġ le fíoġair:
$$(a + b)(c + b) \equiv ac + b(a + b + c).$$
3. Coṁroinnntear uilleaċa seaċtaraċ a ceaṫairṡleasáin. Cruṫuiġ go ndeineann na coṁroinnteoirí ceaṫairṡleasán coṁċiorcalaċ.
4. Má roinntear imlíne ciorcail i n-uiṁir ar biṫ de ċoda cudroma, is iad na poinntí roinne, reanna il-ṡleasáin riarṫa agus na taḋluiḋṫe ag na poinntí seo sleasa il-ṡleasáin riarṫa.
5. Faiġ faid sgáṫ túir 120 troiġ ar aoirde nuair is 67° uille aoirde na gréine.
6. Tarraingiġtear leaṫ-ċiorcail APB ar líne AB. S lár-ṗoinnte AB agus tá PC ingearaċ le AB. Má tá an uille $PSB = 2\theta$ (níos luġa ná 90°), teasbáin (1) sin $2\theta = \frac{CP}{2r.}$ (r ga an ċiorcail), (2) sin $\theta = \frac{PC}{PA}$ (3) cósin $\theta = \frac{AP}{2r}$. As san faiġ an gaol atá idir sin 2θ agus coiḃneasa triantán-aṁla θ.

31.

1. Cioca is mó uille ṡeaċtaraċ cúigṡleasáin riarṫa nó uille ṡeaċtaraċ séṡleasáin riarṫa? Faiġ luaċ an dá ċeann. An féidir d'ilṡleasán riarṫa beiṫ ann agus uille ṡeaċtaraċ = 75° aige?
2. An mó triantán is féidir a ḋéanaṁ leis na línte seo: 6 órlaiġe, 5 órlaiġe, 4 órlaiġe, 3 órlaċ? Abair cioca triantán dronuilleannaċ, triantán maoluilleannaċ nó eile gaċ ceann díoḃ. Cúis do ċur leis na freagraí.
3. Tá dá ċórda coṁṫreorṁar le ċéile i gciorcal; teasbáin go dtéiġeann líne ceangail a lár-ṗoinnte tré lár an ċiorcail.
4. Cad é an tréiṫ fé leiṫ atá ag ceaṫairṡleasán gur féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ ann? Cruṫuiġ gur féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ i gcamaċearn.
5. Ag poinnte ar talaṁ réiḋ is í uille aoirde barr cnuic 43° agus ag poinnte 200 troiġ níos giorra d'á ḃun is í 65° uille aoirde a bairr. Faiġ aoirde an ċnuic.
6. Uilleaċa triantáin x°, $\frac{\pi x}{60}$ gaṫ-uilleaċa, agus 30 x′. Faiġ luaċ x.

32.

1. Tarraing triantán gurab iad a sleasa 3·5 órlaċ, 2·1 órlaiġ agus 1·8 órlaiġ. Ar líne 2 órlaċ tóg dronuilleóg ar aon ḟairsinge leis. Tomais an slios eile. Tásdáil an freagra ar ṁóḋ ar biṫ.
2. Roinn líne AB ag C i gcaoi go mbeiḋ 3 AB.AC = BC².
3. Cuir triantán i gciorcal i gcaoi go mbeiḋ dá ṡlios de ar aon ḟaid le dá ḋronlíne áiriṫe agus ceann de sna sleasa seo coṁṫreorṁar le líne áiriṫe.
4. Teasbáin conus a ḋéanfá cearnóg ar aon ḟairsinge le (1) leaṫ (2) trian cearnóige áiriṫe.
5. 7 n-órlaiġe agus 3 órlaċ faid dá ṡlios de ṫriantán agus 4½ órlaiġe faid na meaḋon-líne a ċompoinneann an treas slios. Faiġ faid an t-sleasa sin agus uilleaċa an triantáin.

6. Má tá cósin $A = \cdot 7$ agus sin $B = \cdot 5$, faiġ luaċ

$$\frac{\text{taḋl } A - \text{taḋl } B}{1 + \text{taḋl } A . \text{ taḋl } B.}$$

33.

1. Taisbáin conus a ḋéanfá triantán comċosaċ ar aon ḟairsinge le triantán ar biṫ. Cioca ḋíoḃ is goire imlíne?
2. Tarraing cearnóg d'ḟairsinge 36 centiméadar cearnaċa. Tóg dronuilleóg ar aon ḟairsinge léi a ḃfuil a h-imlíne 26 centiméadair ar faid. Tomais sleasa na dronuilleóige.
3. An mó ciorcal a ṫaḋlfaḋ trí línte (1) ná fuil aon dá ċeann díoḃ comṫreomar (2) nuair atá dá ċeann díoḃ comṫreomar? Léiriġ le fíoġraċa.
4. Insgríoḃtar ciorcal i dtriantán gurab iad a sleasa 4·3 órlaiġe 6·8 órlaiġe agus 7·5 órlaiġe. Faiġ faid na gcuid i n-a roinntear na sleasa ag na pointí taḋaill.
5. Sleasa triantáin dronuilleannaiġ x, $x - 3$, $x + 3$. Faiġ méid na n-uilleann.
6. Faiġ luaċ x ins gaċ cás díoḃ so:
   (1). sin $x^\circ = \cdot 3149$ (2) log cósin $x^\circ = \bar{1}\cdot 4312$
   (3). taḋl $135^\circ = x$ (4). $2^x =$ sin 37°.

34.

1. Dá ṫriantán (1) de'n aoirde ċéadna (2) ar ḃuinn cuḋroma, taisbáin conus a ḋéanfá triantán amháin ar aon ḟairsinge le n-a suim nó le n-a ndeifir.
2. I dtriantán ċomċosaċ PQR tá P i n-a dronuillinn. S pointe ar biṫ in QR. Cruṫuiġ $QS^2 + SR^2 = 2\ SP^2$.
3. Gearrann dá ċiorcal a ċéile in A agus B. Is iad C agus D a láir. Tarraingiġtear XAY go dteangṁuiġeann leis na ciorcail in X agus Y fá seaċ. Cruṫuiġ go ḃfuil an uille idir XC agus YD tairsmeaċ.
4. Tóg triantán ABC i n-a ḃfuil $A = 60^\circ$, $a = 2\frac{1}{2}$ órlaċ agus ga an in-ċiorcail $= \frac{3}{4}$ órlaiġ.

5. Ḋá ṡlios de ṫriantán x agus $2x$; 120° an uille eatorra. Má's $4\sqrt{7}$ fad an treas sleasa, faiġ luaċ x agus uilleaċa eile an triantáin.
6. Ḋá ṡlios de ṫriantán 7 n-órlaiġe agus 5 órlaiġe, agus 4 órlaiġe fad an ingir ó rinn ar an treas slios. Faiġ fad an treas sleasa.

35.

1. Cruṫuiġ gur triantán dronuilleannaċ an triantán i n-a bfuil meadon-líne ar aon ḟad le leaṫ an tsleasa a ċoṁroinneann sé.
2. Má roinntear líne i n-a bfuil aonad amáin i n-a dá cuid i gcaoi go mbeiḋ an dronuilleóg fé'n líne iomláin agus cuid di cudrom leis an gcearnóig ar an gcuid eile, faiġ fad gaċ roinne. Uaiḋ sin roinn líne AB (aonad ar ḟad) ag C i gcaoi go mbeiḋ $AB^2 + BC^2 = 3\ AC^2$.
3. Taḋlann ciorcal ciorcal eile go h-inṁeadonaċ ag A. Gearann dronlíne an ciorcal mór ag B agus C agus an ciorcal eile ag D agus E, cruṫuiġ go bfuil an uille BAD cudrom leis an uillinn CAE.
4. Má's féidir ciorcal do ċur timċeall ar ċoṁ-ṫreorṁarán agus ceann eile d'insgríoḃaḋ ann, cruṫuiġ gur cearnóg é.
5. Cruṫuiġ $(1 - \text{taḋl}\ x)^2 + (1 - \text{cóṫaḋl}\ x)^2 \equiv$
$$(\text{tears}\ x - \text{cóṫears}\ x)^2.$$
6. Réiḋtiġ an ċudromóid:
$$4\ \text{tears}\ {}^2P = 15\ \text{taḋl}\ P + 8.$$

36.

1. Má ċeangluiġtear lár-ṗointí ceaṫairsleasáin ar biṫ, cruṫuiġ go ndeineann na línte sin coṁ-ṫreorṁarán nó go gcoṁroinneann siad a ċéile.
2. Réiḋtiġ tré ċéimseaṫain: $x - y = 5$; $xy = 9$.
3. Tarraing ciorcal go bfuil a ġa órlaċ amáin ar ḟad. Tré ṗointe $2\frac{1}{4}$ órlaċ ó n-a lár tarraing teasgaiḋe i gcaoi go n-ioṁċróċaiḋ an córda uille 45° ag an imlíne. An mó féiḋteaċ atá ann? Tarraing iad.
4. I gceaṫairsleasán má ḃíonn suim peirḋe slios ar aġaiḋ a ċéile cudrom le suim an ṗeirḋe eile,

cruṫuiġ (1) go ḃfuil coṁroinnteoirí na n-uilleann coṁċumarac, agus (2) go n-iomċruiġeann gaċ peiḋre sliosar aġaiḋ a ċéile uilleaċa foirlionta ag an bpoinnte cumair sin.

5. Tré P poinnte ar imlíne ciorcail tarraingiġtear dá córda 3 órlaċ agus $2\frac{1}{2}$ órlaċ ar faḋ. Is í $37\frac{1}{2}°$ an uille eatorra, faiġ ga an ċiorcail.

6. Ar gaċ taoḃ de ḃonn 2 órlaċ ar faḋ cuirtear triantán dronuilleannaċ coṁċosaċ agus triantán coṁsleasaċ, faiġ faḋ na líne a ċeangluiġeann a stuaice, (1) tré ṫuisiġeaċt, (2) tré ríoṁaireaċt.

37.

1. Poinnte P laistiġ de ṫriantán ABC, cruṫuiġ $PA + PB + PC < a + b + c$ agus $> \frac{1}{2}(a + b + c)$

2. X agus Y dá poinnte ar an dtaoḃ ċéadna de ḋron-líne AB; taisbáin conus poinnte P d'aimsiú in AB i gcaoi go mbeiḋ $PX^2 + PY^2$ cuḋrom le (1) méiḋ áiriṫe (2) ar an méiḋ is luġa.

3. Taisbáin conus a ṫarraingeoċtá i gciorcal, córda a ḃeaḋ coṁṫreoṁar le líne áiriṫe agus a ġearrfaḋ de'n ċiorcal teascán i n-a mbeaḋ uille áiriṫe.

4. Tá cearnóg agus triantán coṁsleasaċ 'san ċiorcal ċéadna, faiġ an coiḃneas idir a ḃfairsingí.

5. Tarraing triantán ABC i n-a ḃfuil $c = 3$ órlaċ ar faḋ, $a = 2$ órlaċ ar faḋ agus $A = 30°$. An mó féidteaċ atá ar an gceist? Faiġ (1) tré ṫuisiġeaċt, (2) tré ríoṁaireaċt faḋ an treas sleasa ins gaċ cás díoḃ.

6. Faiġ luaċ x ins gaċ ceann des na cuḋromóidí seo :—

(1). $\sin \frac{x°}{2} = \text{cósin}\ \frac{3x°}{4}.$

(2). $\sin 2x° = \sin 3x°.$

(3). $\sqrt{2} \sin x° = \text{cósin}\ x°.$

38.

1. Taisbáin conus a ṫógfá ar ḋron-líne áiriṫe coṁ-ṫreoṁarán le h-uillinn áiriṫe agus é ar aon fair-singe le dronuilleóig.

2. Ciorcal de ġa 1″ agus pointe $2\frac{1}{4}$″ ó na lár. Taisbáin conus a ṫarraingeoċtá tríd an bpointe sin teasgaide a ġearrfaḋ de'n ċiorcal teasgán i n-a mbeaḋ leaṫ-ḋronuille. Na línte tógála do ṫaisbáint go soiléir.
3. Cruṫuiġ: $(2x - 3)^2 + 12x \equiv 4x^2 + 9$ tré ċéim-seatain.
4. Ar líne $1\frac{1}{2}$″ ar ḟaid tóg cúigḟleasán riarta. Faiġ a ḟairsinge.
5. Réiḋtiġ na cudromóidí: $x + y = 90°$; sin x — 3 sin $y = 0$.
6. Sleasa triantáin, 11, 11, 7. Faiġ na h-uilleaċa agus fairsinge an triantáin.

39.

1. Conus a ṫógfá cearnóg ar aon ḟairsinge le (1) suim (2) deifir dá ċearnóig.
2. C lár-pointe AB agus D pointe ar biṫ eile ar AB idir A agus B, cruṫuiġ $AD^2 + DB^2 = 2\,AC^2 + 2\,CD^2$. Uaiḋ sin réiḋtiġ an ċeist seo: Roinn dronlíne i n-a dá cuid i gcaoi go mbeaḋ suim na gcearnóg ar na coda ar an méid is luġa.
3. Gearrann dá ċiorcal a ċéile. Ó ṗointe ar biṫ ar an gcom-ċórda tarraingiġtear dá ṫaḋluiḋe, ceann do gaċ ciorcal, cruṫuiġ go bfuil siad ar aon ḟaid. Cruṫuiġ leis go gcomroinneann an com-ċórda na com-ṫaḋluiḋte.
4. Taisbáin conus a ċuirfeá deiċḟleasán riarta timċeall ar ċiorcal.
5. Réiḋtiġ: $2x - 3 = 2$ sin y; $x + 1 = 3$ cósin y.
6. Má tá taḃl $2A = 2.5$, déan an uille $2A$ go cruinn Comroinn an uille seo agus faiġ uaiḋ sin com cruinn agus is féidir leat sin A agus cósin A. Tasdáil na freagraí seo le luaċ 2A d'ḟaġáil ó sna táiblí.

40.

1. Tarraing cearnóg ar ḟiors $1\frac{1}{2}$″. Ar líne 2″ déan camaċearn ar aon ḟairsinge léi.

2. Gluaisiġeann pointe i gcaoi go n-iomċruiġeann sé uille áirite ag dá ṗointe suiḋte, cad é a lorg iomlán? Má tá sé faid áirite ó ċeann des na pointí suiḋte sin, taisbeáin an dá ṡuiḋeaṁ a ġeobaḋ ḃeit aige.

3. Réiḋtiġ na coṁ-ċuḋromóiḋí seo tré ċéimseatain: $x + y = 9$; $xy = 6{\cdot}25$.

4. Cruṫuiġ go ḃfuil uilleaċa an triantáin ḃuinn-ingearaiġ coṁ-roinnte go h-inṁeaḋonaċ ag ingir agus go seaċtaraċ ag sleasa an triantáin tosaiġ.

5. Ó luing atá ag gluaiseaċt soir ċítear dá luing eile i n-a stad díreaċ ó ḋeas. Tar éis 3 míle do ċur ḋí, ċítear arís iad ceann aca ó ḋeas 60° láṁ siar agus an ceann eile ó ḋeas 30° láṁ siar. Cé'n faid atá an dá luing seo ó n-a ċéile. An ceist seo do réiḋteaċ (1) tré ḟioġair do ṫarraingt do réir scála (2) tré ríoṁaireaċt.

6. Tá trí pointí P, Q agus R i dtreo go ḃfuil P agus Q 120′ ó n-a ċéile. An uille $RPQ = 37°$ agus an uille $RQP = 74°$. Faiġ faid PR agus QR.

Seosamh Mac Gallann
Droichead Átha 39

SCRÚDÚĊÁIN MEAḊON-TEISTIMÉARAĊTA

1926

1. Má leigtear le AB, slios de ṫriantán ABC, cruṫuiġ gur mó an uille seaċtraċ ná an uille inṁeaḋonaċ A.

Cruṫuiġ naċ féidir níos mó ná dá ḋronlíne comḟaid do ṫarraingt ó ṗointe ar biṫ go dtí dronlíne.

2. Faiġ rian na bpointí atá comḟaid ó dá ṗointe suiḋte A agus B.

Má tá A agus pointe eile, P, ar an dtaoiḃ céadna den rian san, cruṫuiġ gur luġa PA ná PB.

3. Tá dá ṡlios de ṫriantán comḟaid le dá ṡlios de ṫriantán eile: cruṫuiġ gur mó nó gur luġa bonn an céad ṫriantáin ná bonn an tara triantáin do réir mar is mó nó is luġa an uille atá ar a aġaiḋ ná an uille atá ar aġaiḋ bunn an tara triantáin.

Coiṁṫreoṁarán ná fuil dronuille ann: cruṫuiġ gur sia an trasnán a ġabhann tré sna géar-uilleaċa ná an trasnán eile.

4. Tarraing triantán gur sleasa do 3", 4½" agus 5". De ċoraiḋ Céimseatan déan cearnóg a beiḋ com-ḟairsing leis an dtriantán san agus tomhais a slios.

[Ní gá é ċruṫú aċ an modh beiṫ soiléir.]

5. Is dronlíne AB gur lár-ṗointe dí M agus pointe ar biṫ eile seaḋ P: cruṫuiġ gur mó de 2 PM² suim PA² agus PB² ná 2 AM².

Scríoḃ síos an Teoriġán Ailġéabraċ a ḟreagruíonn do san agus P do ḃeiṫ ar aguisín a ċuirfí le AB. Faiġ cá mbeiḋ P nuair bíonn PA² + PB² ar an méid is luġa.

6. Deintear líne a [illegible] ar fad do roinnt i dá mír i dtreo gur com-ḟairsinge don ċearnóg a tógfí ar mír dí agus don dronuilleog a ġabfaí ag an líne ar fad agus an mír eile dí. Faiġ cad is fad do sna míreanna.

Más 1·37 d'órlaí deifir an dá ṁír cad is luaċ do a?

7. Is taḃlaí le ciorcal PT agus is tearcaí PQR agus T, Q, R, ar an imlíne: cruṫuiġ $PT^2 = PQ . PR$.

Is triantán ABC agus tré M lárṗointe AC. Teasbáin lár-líne agus comċórda na gciorcal a ġabann tré M agus a ṫaḃluiġeann AB agus BC. Uaiḋ sin teasbáin conus ṫarraiceoḟá na ciorcail sin.

8. Triantán comḟleasaċ gur slios do s aonta agus gur meaḋċan do w gramanna, agus é déanta d'aon ṁianaċ amáin: faiġ meaḋċan an ṁianaiġ i n-aġaiḋ gaċ aon dá ḟairsinge.

Má gearrtar amaċ ciorcal inscríoḃta an triantáin sin, cruṫuiġ gur w $\left(1-\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right)$ gramanna is meaḋċan don ḃfuiġleaċ.

9. Siuḃlann duine 150 slat soir 50° ó ṫuaiḋ ó P go dtí Q, agus as san 97 slata siar 10° ó ṫuaiḋ go dtí R, agus as san arís 176 slata ó ṫuaiḋ 65° soir go dtí T: de ṫoraḋ figiúireaċta faiġ cad is faiḋ agus treo do PT.

1927

1. Gan aċ riail agus compás d'úsáid ċuige, ingear do ṫarraing go dtí dronlíne áiriṫe ó ṗointe P atá lasmuiċ di. Cruṫú do ċur leis.

A ċruṫú naċ féidir d'aon líne eile tré P ḃeiṫ ingearaċ leis an dronlíne ċéadna sin agus gurab é bun an ingir an pointe de'n dronlíne sin is giorra do P.

2. A ċruṫú gurab ionann fairsinge triantáin agus leaṫ-fairsinge an ċomṫreoṁarán go ḃfuil a ḃonn agus a aoirde cudrom le bonn agus aoirde an triantáin.

Is triantáin neaṁ-ċudrom ABC agus DBC agus is iad E, F, G, H lár-ṗointí AB, AC, DB, DC: a ċruṫú gur comṫreoṁarán EFGH agus an gaol atá idir a ḟairsinge agus fairsingí na dtriantán ABC agus DBC do ráḋ.

3. Is eol b agus c, dá ṡlios le triantán, agus an uille A atá eadorra: fuirmlí do sgríoḃ síos ċun a d'aimsiú, (1) nuair is géaruille A, (2) nuair is maoluille A.

Is triantán ABC i n-a ḃfuil BC = 10″, CA = 13″, AB = 15″, agus tá BD ingearaċ le CA: de ṫoraḋ figiúireaċta faiġ faid AD agus CD, agus bain feiḋm as na Táiblí ċun méid gaċ uilleann de'n triantán ABC d'ḟagáil.

4. An teoragán so do ċruṫú de ṫoraḋ céimseatain:

$$(x + y)^2 + y^2 \equiv 2(x + y)y + x^2$$

nuair atá x agus y deiṁneaċ.

5. An uille go n-iomċruion stuaḋ ciorcail í ag lár an ċiorcail, a ċruṫú gur mó fé dó í, ins gaċ cás, ná an uille go n-iomċruionn an stuaḋ céadna í ar an imlíne.

Is triantán ABC 'na ḃfuil AC níos mó ná AB. Ciorcal gur lár do A agus gur ga do AB, gearrann sé CA in D, CA, ar a leanaṁaint, in D_1, agus BC in E. Faiġ fé ġné A.B.C. .i. uilleaċa an triantáin ABC, méid na n-uilleaċa so leanas:—

$$DBD,\ DD_1B,\ AD\,B,\ DBC,\ EAB,\ EAC.$$

6. A ċruṫú go ḃfuil ceaṫair-ṡleasán comċiorcalaċ má ḃíonn suim dá ċeann de sna h-uilleaċa atá ar aġaiḋ a ċéile cudrom le dá dronuillinn.

Is comṫreoṁarán ABCD agus is córda AD de ċiorcal a ġearrann AB in M agus (1) DC in N, nó (2) DC, ar a leanaṁaint, in N. A ċruṫú go ḃfuil MBCN comċiorcalaċ sa dá ċás. Cad a ṫagann de'n teoragán san nuair a ṫuiteann N ar D?

7. Gearrann dá córda ciorcail a ċéile: a ċruṫú gur com-ḟairsinge do sna dronuilleoga a gaḃtar ag míreanna na gcórda san.

Cearnóg insgríoḃṫa i gciorcal seaḋ ABCD agus sé O lár-ṗointe AB: nuair a leigtear le DO gearrann sé an ciorcal arís in R: a ċruṫú OD = 5OR.

8. An coṁnasc atá idir sleasa triantáin, sínus na n-uilleann agus ga an imċiorcail do ráḋ agus do ċruṫú.

Cearnóg ar ṡlios S aonta seaḋ ABCD agus isé M lár-ṗointe AB: faiġ faid ga an ċiorcail tré MBD.

9. Cad é fairsinge an triantáin is mó dá ḃféadfí a ḋéanaṁ má ḃíonn dá ṡlios leis 43 troiġṫe agus 56 troiġṫe ar faid?

Faiġ faid imlíne an triantáin 'na mbeaḋ leaṫ na fairsinge sin sé, agus an dá ṡlios céadna aige.

1928

1. I dtriantán ar biṫ a ċruṫú gur móide suim dá ṡlios agus gur luaiġde a ndeifir sin ná an tríoṁaḋ slios.

A ṫaisbáint gur móide imlíne ceaṫairṡleasáin ar biṫ ná suim na dtrasnán.

2. Má tarraingtear dronlíne tré lár-ṗointe sleasa triantáin agus í coṁṫreoṁar le n-a ḃonn, a ṫaisbáint go ndéanann an líne sin dá leiṫ den tríoṁaḋ slios.

Sé E lár-ṗointe AC sa triantán ABC agus 'sé F lár-ṗointe BE. Tarraingtear EG coṁṫreoṁar le AF agus sroiseann sé BC in G agus nuair a leigtear le AF gearrann sé BC in K. A ċruṫú go ḃfuil $CG = \frac{1}{3}$ BC agus go ḃfuil $FK = \frac{1}{4}$ AK.

3. Tá líne AB ceiṫre órlaiġe ar faid. Taisbáin (i) rian gaċ pointe gur faid ingearaċ dó ó AB ná órlaċ aṁáin (ii) an limistéar 'na ḃfuil gaċ pointe atá órlaċ aṁáin ó ṗointe aṁáin, ar a laġaḋ, in AB.

Tá dá ċiorcall coṁláraċa ann go ḃfuil a ngaṫanna $1\frac{1}{2}$ agus $2\frac{1}{2}$ órlaċ. Tarraing lorg na bpointí go léir atá níos fuide sé dó ó imlíne ċiorcaill aca ná mar atáid ó imlíne an ċiorcaill eile.

4. Cé méid triantán is féidir a ḋéanaṁ agus na trí sleasa de gaċ ceann aca do toġaḋ as sé línte a ḃfuil na faid seo ionnta: 3, 4, 5, 11, 12 agus 13 órlaiġe? Cé méid de na triantáin seo atá (i)maoluill-

leannaċ, (ii) dronuilleannaċ, (iii) géaruilleannaċ? Teoragáin do luaḋ ċun a ḋeiṁniú go ḃfuil na freagraí i gceart agat.

5. Córda a ḃfuil fad áiriṫe ann agus é ag dul tré ṗoinnte áiriṫe do ċur i gciorcall.

A ṫeasbáint conus teasguí PAB do ṫarraingt tré ṗoinnte ṡeaċtraċ P go dtí ciorcall gur lárṗoinnte dó O i dtreó go mbeiḋ an triantán AOB ar an méid is mó.

6. Feiḋm do ḃaint as dron-ḟaoḃar agus compás ċun triantáin do ṫógaint ar ḃonn atá órlaċ ar fad i dtreó go mbeiḋ gaċ ceann de na bonn-uilleanna níos mó fé ḋó ná an stuac-uille. Cruṫú do sgrioḃ.

7. Tá dronlíne AB aon órlaċ amáin ar fad agus tá poinnte P suiḋte in AB nó in AB nuair a leigtear leis i dtreó gur móide fé ḋó an dronuilleóg AB. BP ná an ċearnóg ar AP, a ḟagáil amaċ na h-ionaid 'nar ḃféidir do P ḃeiṫ suiḋte.

Tógáilt céimseaṫúil i gcóir ṗoinnte inṁeánaiġ Q d'ḟagáil amaċ nuair $AQ^2 = 2AB.BQ$.

8. Cad iad na luaċa do x ó 0° go dtí 90° nuair is ionann sin x agus (i) cóṁsin. x, (ii) tadl. x, (iii) cóṁ-ṫeasg. x. Má sin. x = cóṁtadl. x, faiġ cóṁsin x agus annsin bain feiḋm as na Táiblí ċun luaċ x d'aimsiú.

9. I dtriantán ar biṫ, a ṫeasbáint go ḃfuil na sleasa i gcoiḃnеas le sinuis na n-uilleann atá ar a n-aġaiḋ.

Triantán do ṫógaint go cruinn do réir scála ṁóir agus as sin luaċ x d'aimsiú i dtreó gur 3 sin. x = sin. (60° + x).

Feiḋm do ḃaint as an moḋ sin nó as moḋ ar biṫ eile ċun a ḟagáil amaċ cé méid céim in x agus an freagra do ḋeiṁniú le cabair na dTáiblí.

1929

Roinn I.

(a) Cad is dronuilleog ann? Cruṫuiġ gur cóṁfaid do ṫrasnáin dronuilleóige.

(b) Teasbáin conus roinnfí dronlíne ṫeóranta i líon ar biṫ de ċodċa cudroma. Cruṫú do ċur leis.

(c) Cruṫuiġ gur uilleaċa fóirlíonta na huilleaċa atá ar aġaiḋ a ċéile i gceaṫairḟleasán cóimċiorclaċ.

(d) Ins an triantán ABC, tá C na ḋronuillinn agus tá AB cudrom le dá oiread BC. Cruṫuiġ go ḃfuil dúbailt na huilleann CAB san uillinn ABC.

(e) Má tá n sleasa ar ilḟleasán, cruṫuiġ gur 2(n—2) de ḋronuilleaċa suim a uilleaċa. Dá ṫoraḋ san faiġ amaċ méid gaċ uilleann dá ḃfuil i gcúig-ḟleasán rialtaċ.

(f) Is triantán ABC: teasbáin conas pointe d'aimsiú a ḃeiḋ comḟaid ó sna sleasa AB, AC mar aon le ḃeiṫ comḟaid ó sna pointí A, B.

Roinn II.

1. Tá sleasa triantáin 2 órlaċ, 3 órlaí agus x órlaí ar ḟaid. Cad iad na teoranna naċ foláir a ċur le x i dtreo gur féidir an triantán do déanaṁ? Cruṫuiġ an teoragán d'úsáidir ċun an freagra d'ḟagáil.

2. Ar ḋronlíne atá $2\frac{1}{2}$ órlaċ ar ḟaid, tóg triantán **comċorac** a ḃeaḋ ar aon ḟairsinge le triantán gur sleasa ḋó 2 órlaċ, 3 órlaí, 4 órlaí.

(Ní gáḃaḋ é ċrúṫú aċt ní foláir línteaċa na tógála do ṫeasbáint go soiléir).

3. Ḋá ḋronlíne, AOB agus COE, gearraid a ċéile in O i dtreo go ḃfuil 40° san uillinn AOC, AO = 2·9 órlaí, OB = 1·4 órlaí, CO = 2·3 órlaí. Tarraing ciorcal a raġaiḋ tré A, B, C, agus a ġearrfaiḋ OE ag D. Tóṁais OD agus fioruiġ a ṫoise sin tré ríoṁaireaċt.

4. Cruṫuiġ teorgán céimseatan ar biṫ a ḃunóċaiḋ an t-ionannas: $(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2x^2 + 2y^2$.

nó

An t-ionannas san d'ḟoillsiú le Céimseatain.

5. Teasbáin conus cearnóg do ḋéanaṁ ar aon ḟairsinge le dronuilleóig áiriṫe.

Tá an pointe O ar an dronlíne AP: faiġ pointe eile ar AB i dtreo go mbeiḋ $OP^2 = AP.PB$.

6. Is triantán ABC; tá na sleasa AB, BC, CA 3 órlaí, $3\frac{1}{2}$ órlaí, agus 4 órlaí ar ḟaid fá seaċ. Faiġ (i) lorg na bpoinntí atá coṁḟaid ó A agus B, agus 2 órlaċ, ar a laiġead, ó C, (ii) an limistéar 'na luiġeann gaċ poinnte ná fuil ṫar $2\frac{1}{2}$ órlaċ ó sna reanna A, B, C.

7. Tarraingiotar córda agus taḋlui tré ṗoinnte ar imline ċiorcail: cruṫuiġ gur cóimméid do sna huilleaċa atá eadorṫa agus do sna huilleaċa i dtearcáin umṫánaċa an ċiorcail.

Taḋlann dá ċiorcal a ċéile go seaċtarach ag O; tarraingiotar dronlínteaċa, POQ agus ROS, a ṫeangṁuionn le ciorcal aca ag P, R, agus leis an gceann eile ag Q, S: cruṫuiġ go ḃfuil na triantáin ROQ, POS ar aon ḟairsinge.

8. Má $\text{taḋl}^2 A = 1 + 2\,\text{taḋl}^2 B$, cruṫuiġ $2\,\text{coṁs}^2 A = \text{coṁs}^2 B$ agus $2\,(\text{coṁs}^2 A - \text{sin}^2 A) = \text{coṁs}^2 B - \text{sin}^2 B - 1$.

9. Túr na ṡeasaṁ ar talaṁ leibéalta: dá ṗoinnte, A agus B, ar an dtalaṁ, B 100 troiġ níos giorra don túr ná A. 40° atá in uillinn airde bárr an túir ag A; 80° atá san uillinn airde ag B. Fioġar do ḋéanaṁ do réir scála, airde an túir d'ḟaġáil uaiṫe, agus an freagra do ḋeimniú de ṫoraḋ fiġiúireaċta.

1930

Roinn I.

(a) Cad is dronlínte cóṁṫreóṁara ann? Má ġearrann dronlíne ḋá ḋronlíne coṁṫreóṁara, a ċruṫú go mbeiḋ na h-uilleaċa umṫánaċa cóimméid le n-a ċéile.

(b) Cóṁ-roinneann ḋá ḋronlíne ċuḋroma AC agus BD a ċéile. A ċruṫú gur dronuilleóg an fioġair ABCD.

(c) I dtriantán ar biṫ, a ċruṫú go ngearrann cóṁ-roinnteóirí inmeaḋonaċa na n-uilleann a ċéile i bpoinnte aṁáin.

(d) A ṫeasbáint conus a tógtar triantán a ḃeiḋ cóṁ-ḟairsing le ceaṫairsleasán áirite.

(e) Feiḋm do ḃaint as tógáilt céimseatúil ċun triantáin ABC do ḋéanaṁ 'na mbeiḋ C = 90°, AC = hórlaiġe agus sín A = 0·85.

(f) Ceaṫairṡleasán 'sead ABCD 'na ḃfuil AB = CD. Na dronlínte a ċómroinneann AD, BC go hingearaċ, sroiseann siad a ċéile in O. A ċruṫú go ḃfuil na h-uilleaċa AOB agus COD cóimméid le n-a ċéile.

Roinn II.

1. Má tógtar dá ċorda i gciorcal, a ċruṫú gurab é an ceann is giorra do'n lár-ṗoinnte an ceann is mó.

A ṫaisbáint conus a tarraingtear an córda is giorra tré ṗoinnte áiriṫe i gciorcal.

2. Má tarraingtear tré ṗoinnte áiriṫe O dronlíne ar biṫ go dtí go sroiseann sé an ciorcal in A agus in B, a ċruṫú gur tairisṁeaċ an dronuilleóg OA.OB.

3. Tugtar dá ḃilleóig ṗáipéir go ḃfuil an ḟairsinge ċéadna ionnta agus an ċuma ċéadna orta. Tá ceann aca bán agus tá triantán ar an gceann eile. Cad é an uimhir is luġa de ṫomaiseanna, agus cad iad mar ṫomaiseanna iad, go mbeiḋ gáḋ leo ċun triantáin do ṫógaint ar an mbilleóig báin i dtreó is go mbeiḋ ar an dtriantán sin (i) an **ċuma** ċéadna, (ii) an **ċuma** ċéadna agus an **ḟairsinge** ċéadna, (iii) an **ċuma** ċéadna, an **ḟairsinge** ċéadna, agus an **suiḋeaṁ** ċéadna san méid a baineas leis an bpáipéar agus do bí ar an dtriantán áiriṫe. Léaráidí do ḋéanaṁ a ḟoillseóċaiḋ fáṫanna do ċuid freagraí i ngaċ cás.

4. Triantán is eaḋ ABC 'na ḃfuil AB = BC. Gluaiseann poinnte P san plána ABC i dtreó is go mbíonn an uille APB cóimméid leis an uillinn BPC. A ṫaisbáint gur féidir an poinnte P do ḃeiṫ ar ṗáirt d'imlíne iṁċiorcail an triantáin. Rian iomlán P d'ḟaġáil.

5. A ċruṫú gur féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ i gcamaċearn ar biṫ.

A ṫaisbáint leis **naċ** féidir ciorcal d'insgríoḃaḋ i ḃfíoġair ċómsleasaċ go ḃfuil breis agus ceiṫre sleasa uirṫi aċt amháin fé ċoinġeallaċa fé leiṫ. Cad iad na coinġeallaċa sin?

6. I dtriantán ar biṫ a ċruṫú go ḃfuil an ċearnóg ar an slios atá ar aġaiḋ géaruillean cudrom le suim na gcearnóg atá ar an dá ṡlios a ḋeineann an ġéaruille sin luġaiḋe dá oiread na dronuilleóige a ḋeineann ceann de na taoḃaiḃ sin agus fortarlaic na taoiḃe eile air.

Triantán géaruilleannaċ is eaḋ ABC. Tá BD ingearaċ agus cudrom le BA agus ar an dtaoḃ céadna de 'na ḃfuil C. Tá BE ingeara2 agus cudrom le BC agus ar an dtaoḃ céadna de 'na ḃfuil A. A ċruṫú go ḃfuil $ED^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2$.

7. Tarraing do réir scála ceaṫairṡleasán ABCD 'na mbeiḋ AB, BC 22 órlaċ agus 11 órlaċ ar faḋ fá seaċ agus na h-uilleaċa ABC, BCD agus CAD 90°, 100° agus 90° fá seaċ. CD agus DA do ṫomas agus feiḋm do ḃaint as triantánaċt ċun na freagraí do ḋeimniú.

8. Ó ḃárr túir atá 100 troiġ ar aoirde tugann fear fé ndeara go ndeineann bun agus bárr ċuaille ingearaiġ uilleaċa ísle dó 'na ḃfuil 20° agus 10° fá seaċ. Faid leibéalta an ċuaille ó'n dtúr agus aoirde an ċuaille do ḋéanaṁ amaċ de ṫoraḋ fiġiúireaċta.

9. Cóṁṫreórṁarán is eaḋ ABCD 'na ḃfuil AB, BC x, y órlaiġe fá seaċ agus an uille ABC cudrom le θ. Cúmtar dá ḋronuilleóig—deineann cóm-roinnteóirí inṁeaḋonaċa uilleann an cóṁṫreor-ṁaráin ceann aca agus na cómroinnteóirí seaċtraċa an ceann eile. Sgríoḃ fairsingí an dá ḋronuilleóg sin fé ġné x, y, agus θ, agus as sin teasbáin go ḃfuil na fairsingí sin sa coiḃneas céadna pé luaċa a tugtar ar θ.

1931

Roinn I.

(a) An líne a ċeanglann lár-ṗoinntí dá ṡlios trian-táin, a ċruṫú í ḃeiṫ cóiṁṫreorṁar leis an treas slios agus leaṫ coṁ fada leis.

(b) Ceaṫair-ṡleasán cóiṁċiorcalaċ, PQRS : a ċruṫú suim na n-uilleann PQR agus RSP do ḃeiṫ cudrom le dá ḋronuillinn.

(c) De ṫoraḋ Céimseatan, tóg cearnóg ar aon ḟairsinge le dronuilleoig atá 3″ ar ḟaid agus 2″ ar leiṫeaḋ. Faid slios na cearnóige do ṫómas.

(d) Sainṁíniú ar "**Coṁṫreorṁarán.**"

Coiṁṫreorṁarán do ḋéanaṁ go beaċt cruinn, 12 órlaċ ċearnaċa d'ḟairsinge do ḃeiṫ ann, slios leis 3″ ar ḟaid agus trasnán leis 6″.

(e) Triantán go ḃfuil a sleasa 3″, 2·5″ agus 2″ fá seaċ: imċiorcal an triantáin sin do ṫarraing. Cruṫú do ċur leis.

(f) Gan aċ riaġail agus compás d'úsáid ċuige, déan uille gur taḋlaí ḋi 1·6 agus bain feiḋm as an léaráid ċun sínus agus cóiṁsínus na huilleann san d'ḟaġáil.

Roinn II.

1. Dá ċiorcal ag taḋall a céile go seaċtraċ: a ċruṫú a lár-poinntí agus an poinnte taḋaill do ḃeiṫ cóiṁlíneaċ.

Ciorcal X gur ga do 1″ agus poinnte P 1·8″ ó lár-ṗoinnte X: tré P tarraing ciorcal eile a taḋlóċaiḋ X agus go mbeiḋ a ġa 1·2″ ar ḟaid. An tógáil do ṁíniú go cruinn.

2. Fioġair céimseatúil do ḋéanaṁ ċun an t-ionannas

$$x^2 - y^2 = (x + y)\ (x - y)$$

do réalaḋ. Na baill den ḟioġair a ḟriṫinnliḋeann do ġaċ ceann de sna caindioċta Algébraċa do ṁarcáil.

3. Tré ṗoinnte ar imlíne ciorcail tarraingtar ga agus líne eile go hingearaċ leis: a ċruṫú gur taḋlaí an líne sin—.i.—ná gearrann sí an ciorcal.

Dá ċiorcal go ḃfuil an lár-ṗoinnte céadna aca; is taḋlaí le ceann aca córda leis an gceann eile gur faid do 11″. 3·5″ deifir gaṫa na gciorcal: faid ga an ċiorcail ṁóir d'ḟaġáil.

4. A ċruṫú an uille a iomċarann stuaḋ ciorcail ġá lár do ḃeiṫ cudrom le dúbailt na huilleann iomċarann sé ag an imlíne.

Ceaṫair-sleasán insgríoḃṫa i gciorcal: a ċruṫú suim na n-uilleann in sna ceiṫre teascáin lasmuiċ den ċeaṫair-sleasán do ḃeiṫ cudrom le sé dronuilleaċa.

5. A ċruṫú fairsinge triantáin do ḃeiṫ cudrom le leaṫ fairsinge na ḋronuilleóige gur sleasa ḋi bonn agus airde an triantáin.

Ó ṗoinnte ar biṫ ar imlíne ḋronuilleóige tarraingtear ingir go dtí na trasnáin: a ċruṫú suim na n-ingear san do ḃeiṫ tairisṁeaċ.

6. Ḋá ṗoinnte, A, B ar an dtaoḃ céadna de líne XY. A ṫaisbeáint cionnas poinnte P d'aimsiú ar XY i gcaoi go mbeaḋ AP + PB ar an méid is luġa. Cruṫú do ċur leis. A ċruṫú AP + PB do ḃeiṫ cudrom le $\sqrt{(c^2 + 4ab)}$ sa ċás san, má ḃíonn A agus B c aonta d'ḟaid ón a ċéile agus a agus b aonta, fá seaċ, ó XY.

7. Cearnóg do ṫógáil i gcaoi go mbeiḋ ḋá rinn léi ar imlíne ciorcail áiriṫe agus an ḋá rinn eile ar ṫrasnán leis an gciorcal. (Uille gur taḃlaí ḋi 2 do ḋéanaṁ ar dtúis.)

8. Triantán ABC na ḃfuil taḃlaí B $= \frac{19}{13}$, taḃlaí C $= \frac{11}{5}$ agus AD, an t-ingear ó A go dtí BC = 4″. An triantán do ṫógáil go cruinn (gan aċ riaġail agus compás d'úsáid ċuige) agus AB, AC do ṫómas. Na freagraí do ṫástáil de ṫoraḋ ríoṁaireaċta triantánaċta.

9. Faid slios triantáin do sgrioḃaḋ i dtéarmaí an ḋá ṡlios eile agus na huilleann atá eatorra.

Triantán ABC ina ḃfuil AB = 4, AC = 3½, uille A = 120°. Faid BC agus an méid céim atá san uillinn ABC d'ḟaġáil tré ríoṁaireaċt.

1932

Roinn I.

(a) Gan aċ riaġail agus compás d'úsáid, dronuille do ḋéanaṁ agus trí coṁ-ċoḋaċa do ḋéanaṁ ḋi. Gearr-ṫuairisc do ṫaḃairt ar cionnas do réiḋtiġis an ċeist.

(b) Cad tuigtear le '**Faid do ṗoinnte ó ḋronlíne**'?

Tarr ing ḋá líne a ġearrfaiḋ a ċéile agus faiġ poinnte a ḃeiḋ 1″ ó líne aca agus 1·5″ ón líne eile. Míniú do ċur leis an dtógáil.

(c) Leas do ḃaint as an dteoragán gur luġa slios triantáin ná suim an dá ṡlios eile ċun a ċruṫú gur mó timċeall ceaṫairṡleasáin ná suim a dá ṫrasnán.

(d) Triantán cóimṡleasaċ do ṫógaint ar líne 2″ ar ḟaid agus (i) triantán ar biṫ eile, agus (ii) triantán comċosaċ do ḋéanaṁ i gcaoi go mbeiḋ trí oiread d'ḟairsinge an triantáin ċóimṡleasaiġ ionnta araon. Míniú do ċur leis.

(e) An uille i dteascán ciorcail atá níos luġa ná leaṫ an ċiorcail a ċruṫú gur maoluille í.

(f) Tá dréimire 40′ ar ḟaid na luiġe i gcoinne falla ingiriġ i gcaoi go ndeineann sé uille 70° leis an dtalaṁ. Tarraingtear bun an dréimire 10′ níos sia amaċ ó ḃun an ḟalla. A ḟaġáil amaċ tré ríoṁaireaċt nó ó léaráiḋ ċruinn scáluiṫe cé méid troiġ a ḃeiḋ barr an dréimire ó ḃun an ḟalla annsan.

Roinn II.

1. Tá fairsinge triantáin cuḋrom le leaṫ an toraiḋ a ḋeineann an bonn méaduiṫe fén airde : a ċruṫú san.

(a) An líne a ġabann tré lár-ṗoinntí na sleas gcoiṁṫreoṁar atá ag cearċoróig deineann sí dá leaṫ d'ḟairsinge na cearċoróige : a ċruṫú san.

2. Teascán ciorcail na mbeiḋ uille 50° do ṫógaint go beaċt cruinn ar líne 2·4″ ar ḟaid. Faid trasnáin an ċiorcail d'ḟaġáil (i) tré ṫomas, (ii) tré ríoṁaireaċt.

3. A ṫaisbeáint cionnas d'aimseoċtaí poinnte ar líne i gcaoi go mbeaḋ an ċearnóg ar ṁír aṁáin di ar aon ḟairsinge leis an dronuilleoig a ġabfaḋ an líne go léir agus an ṁír eile di. Cruṫú do ċur leis.

Dá mbeaḋ líne roinnte ar an gcuma san a ċruṫú go mbeaḋ suim na gcearnóg a tógfí ar an líne go léir go ar ṁír aṁáin di cuḋrom le trí oiread na cearnóige a tógfí ar an mír eile di.

4. Triantán sead PQR ; tá PQ = 10″, QR = 7″, RP = 5″ agus tá RS ingearaċ le PQ : faid QS agus an líon céim san uillinn Q do ríoṁaḋ.

5. A ċruṫú gur cóimméid do sna huilleaċa i dteascán ciorcail.

Poinntí A, B, C ar imlíne ciorcail ; siad X, Y lár-poinnti na stuaganna AB, AC fé seaċ: a ċruṫú gur reanna triantáin ċoṁċoraiġ poinnti coṁraic AB, AC, XY.

6. Trasnán ciorcail atá ingearaċ le córda deineann sé dá leaṫ den ċórda: a ċruṫú san.

A ṫaisbeáint cionnas tógfí triantán ABC, an bonn BC, an uille A agus faid na líne ó C go dtí lár-poinnte AB do ḃeiṫ ar eolas.

7. Sé O lár-poinnte ciorcail gur ga do r; tá dá líne OX, OY ingearaċ le na céile; taḋluiḋe leis an gciorcal ag T, teangṁuiġeann sé le OX ag A agus le OY ag B i dtreo go ḃfuil OB = 2OA. A ċruṫú go ḃfuil AT = $\frac{1}{2}$r, TB = 2r.

8. Duine i dtraen atá ag dul soir díreaċ ar luas 50 míle san uair, ċíonn sé uaiḋ stuaiceanna dá ṫeampall in aon líne aṁáin a luiġeann 20° iartoir den Tuaiḋ; i gcionn sé nóimeataí na ḋiaiḋ san deineann treoḋanna na stuaiceanna uilleaċa 150° agus 160° fé seaċ le treo na traenaċ: a ríoṁaḋ amaċ an ḟaid sliġe atá an dá stuaic ó n-a céile.

9. Triantán ABC 'na ḃfuil na sleasa BC, CA, AB ag taḋall an inċiorcail ag P, Q, R fé seaċ. Má 2s = a + b + c (.i. imlíne an triantáin), a ċruṫú AQ = s — a.

Tá 100′ in imlíne triantáin ABC, tá 6′ i nga an inċiorcail agus tá 40° san uillinn A: faid an tsleasa BC d'ḟaġáil de ṫoraḋ ríoṁaireaċta.

1933

1. A ṫaisbeáint cionnus déanfaí trí coda cudroma de ḋronlíne de ṫoraḋ Céimseatan. Cruṫú do ċur leis.

2. Poinnte P atá 2·9″ ó lár ciorcail gur ga do 1·7″. A ṫaisbeáint cionnus taḋlaí leis an gciorcal do ṫarraing ó P. Faid na líne idir P agus an poinnte taḋaill do ṫómas.

[Ní gábaḋ cruṫú do ċur leis aċ gaċ líne den tógáil do ḃeiṫ soiléir.]

3. Cearnóg ABCD na ḃfuil x″ na slios; poinnte E ar an dtrasnán DB i dtreo go ḃfuil DE = DC. A

ḟaġáil amaċ an mó céim atá in sna h-uilleaċa BEC agus BCE. [Ní ceaduiṫe uilleantóṁas d'usáid ċuige.]

Má BE = 1″, luaċ x do ríoṁaḋ go dtí dá ionad de deaċúla.

4. Tá n sleasa ar ilsleasán: a ḟaġáil amaċ an mó dronuille atá i suim (i) na n-uilleann n-inṁeaḋonaċ, (ii) na n-uilleann seaċtraċ.

Tá 175° ins gaċ uillinn inṁeaḋonaiġ d'ilḟleasán: an mó slios atá ar an ilḟleasán?

5. Ḋá ṗoinnte, A agus B, atá 3″ óna ċéile; poinnte eile sead P agus tá PA = 2PB. A lán ionad d'oirfeaḋ do P d'aimsiú, agus cuar réiḋ do ṫarraing tríoṫa.

Cad é an lorg céimseaṫúil is dóiġ leat atá sa ċuar san?

6. Túr na seasaṁ ar ṫalaṁ coṫroṁánaċ; nuair a bíonn 30° in uillinn aoirde na gréine bíonn scáṫ an túir 80 troiġ níos sia ná mar bíonn sé nuair bíonn 45° san uillinn aoirde. Léaráid ṁór scáluiṫe do ṫarraing ar ṗáipéar ċearnóguiṫe ċun aoirde an túir do ṫóṁas agus an freagra do ṫástáil tré ríoṁaireaċt.

7. Triantán ABC: an coṁarc idir an ċearnóg ar an slios AC agus suim na gcearnóg ar AB agus BC do scríobaḋ síos, (i) nuair is géaruille B, (ii) nuair is maoluille B. An coṁnarc do ċruṫú i gcás (i).

Triantán PQR; tá $PQ^2 = QR^2 + RP^2 + QR \cdot RP$: an mó céim atá san uillinn R?

8. Leantar dá líne, BA agus YX, go ngearraid a céile ag P. Má $PA \cdot PB = PX \cdot PY$, a ċruṫú gur ceaṫairsleasán cóiṁċiorclaċ ABYX.

Má PA = 2·4″, PB = 4·5″, PX = 3″, PY = 3·6″, uille BPY = 40°: faid AX agus an líon céim atá san uillinn PBY do ríoṁaḋ.

9. A ċruṫú i gcás triantáin ar biṫ, ABC:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

(Réalann R ga imċiorcail an triantáin.)

Tá uilleaċa triantáin áiriṫe i gcoibneas 2 : 3 : 4 agus tá an slios is mó 5·4″ ar faid: faid an dá slios eile agus ga an imċiorcail do ríoṁaḋ.