

SCRÚDÚ ARDTEISTIMÉIREACHTA, 1974

MATAMAITIC FHEIDHMEACH – ARDLEIBHÉAL

(400 marc)

DÉ hAOINE, 28 MEITHEAMH – MAIDIN, 9.30 go dtí 12

Sé cheist a fhreagairt.

Tá na ceisteanna go léir ar aonluach.

Tá Táblaí Matamaitice le fáil ón bhFeitheoir.

Tóg 9.8 méadar an soic² mar luach ar g .Aonad veicteoirí iad \vec{i} agus \vec{j} atá ingearach lena chéile.

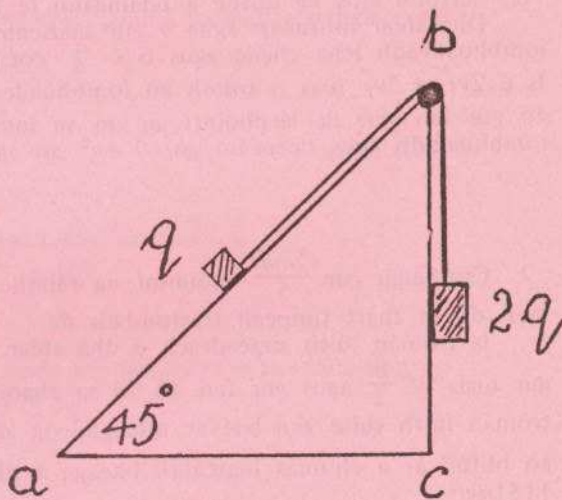
1. Ritheann ráibeálaí rás faoi luasghéarú tairismheach k . I rith an ráis téann sé thar ceithre pholla a , b , c , d atá ina líne dhíreach sa chaoi go bhfuil $|ab| = |bc| = |cd| = 36$ m. Má thógann sé 3 shoicind don ráibeálaí dul ó a go b agus 2 shoicind dó dul ó b go c , ríomh cén fad ama a thógann sé dul ó c go d agus bíodh do fhreagra ceart go dtí an deichiú soicind is gaire.

2. Gearrann dhá bhóthar a chéile go hingearach ag p . Ar bóthar amháin díobh tá carr ag taisteal ó thuaidh díreach faoi luas 16 m/s. Agus an carr ag dul trí p tá bus 100 m ó p agus é ag taisteal soir díreach i dtreo p ar an mbóthar eile faoi luas 12 m/s. Faigh luas an bhus i leith an chairr agus ar léaráid léirigh conar an bhus i leith an chairr nuair atá an carr ag p .

Ríomh an t-foshad idir an carr agus an bus san iarghluaiseacht agus faigh cathain a thárlaíonn sé sin.

3. abc is ea an trasghearradh de dhing mhín throm gur mais di $4q$ áit go bhfuil $|ac| = |cb|$ agus go bhfuil $\angle acb$ ina dronuillinn (féach an léaráid). Tá an ding ar stad agus a dromchla ac ar bord mín cothrománach. Tá ullóg bheag mhín ceangailte ag an stuaic b den ding agus tá téad éadrom neamhleasteach ag dul thart. Iompraíonn an téad cáithnín gur mais dó q ar an bplána claonta ab agus cáithnín gur mais dó $2q$ atá ar saorchrochadh i gcoinne an dromchla cheartingearaigh bc . Nuair a ligtear an córas saor chun ghluaiseachta, gluaiseann an ding faoi luasghéarú f comhthreomhar le ac agus gluaiseann an mais q faoi luasghéarú p i leith na dinge.

Ar léaráidí ar leith taispeáin na fórsaí atá ag gníomhú ar gach cáithnín agus ar an ding agus tabhair aire faoi leith ar ghníomhú na téada ar an ding. Scríobh síos na cúig chothromóid ghluaiseachta a bhaineann leis na gcáithníní agus leis an ding i dtéarmaí f agus p .



4. Sainigh Gluaiseacht Shimplí Armónach i ndronlíne. Má réalaíonn $x = a \sin(\omega t + \alpha)$, áit gur tairisigh iad a , ω , α , méad an dlíáithrithe ón ionad cothromaíochta tar éis ama t , taispeáin go bhfuil an ghluaiseacht simplí armónach.

Téad éadrom sholúbtha leaisteach pq gur fad nádúra di 1 m agus gur tairiseach leaisteach di 245 N/m, tá foirceann amháin di, p , ceangailte do phointe suite agus tá cáithnín gur mais dó 5 kg ceangailte ag an foirceann eile q . Tá an cáithnín coinnithe 1 m thíos ó p agus ansin ligtear saor é chun ghluaiseachta faoi dhomhantharraingt. Agus na fórsaí atá ag feidhmiú ar an gcáithnín nuair atá fad $(0.2 + x)$ m tite aige a chur san áireamh, taispeáin go ngluaiseann sé faoi ghluaiseacht shimplí armónach agus gur nialas a luasghéarú nuair $x = 0$.

Faigh an t-am a thógann sé titim 0.3 m a chur de.

5. Taispeáin gur $\vec{r} = c \cos\theta \vec{i} + c \sin\theta \vec{j}$, áit gur tairiseach c , an t-ionad veicteoir de cháithnín atá ag gluaiseacht i gciorcail gur ga dó c . Cruthaigh gur $c\dot{\theta}$ méad an luas \vec{v} agus go bhfuil a threo ingearach le \vec{r} áit go bhfuil $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$. Faigh cuidithe an luasghéaraithe \vec{a} .

Tá cáithnín gur mais dó 0.2 kg ag c agus tá sé ceangailte le dhá théad éadroma neamh-laisteacha ca agus cb , 1 m fad gach ceann díobh, sa chaoi gur pointe buan é a . Fáinne gur mais dó 0.4 kg atá ag b agus tá an fáinne saor chun ghluaiseachta ar shreang mhín bhuan cheartingearach ab . Imrothlaíonn an cáithnín agus na téada thart ar ab faoi bhuanluas uilleach $\omega = 10$ raid/s.

Ar léaráidí ar leith taispeáin na fórsaí atá ag gníomhú ar an gcáithnín agus ar an bhfáinne agus ríomh na teannais sa dá théad.

6. Dhá bhata throma aonfhoirmeacha is ea pq agus qr . Tá gach bata dhíobh $2l$ ar fhad agus meánn gach ceann díobh W . Tá na bataí saorcheangailte le chéile ag q agus tá siad ar saorchrochadh ó mhaighdeog p . Gníomhaíonn fórsa cothrománach F ar an mbata qr ag r agus tá an córas i gcothromaíocht nuair a dhéanann qr uillinn $\tan^{-1}(2)$ leis an gceartingear.

Ar léaráidí ar leith taispeáin na fórsaí atá ag gníomhú ar pq agus ar qr .

- (i) Faigh na cuidithe cothrománacha agus ceartingearacha den ghníomhú ag an inse q agus taispeáin go bhfuil $F = W$.
- (ii) Cruthaigh gur $W\sqrt{5}$ méad an imoibríthe ag p .
- (iii) Má dhéanann pq uillinn α leis an gceartingear, cruthaigh go bhfuil $\tan\alpha = \frac{2}{3}$.

7. Ó phointe p ar phlána atá claonta ag uillinn $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ leis an gcothromán teilgtear cáithnín faoi luas u ag uillinn 45° leis an bplána. Gluaiseann an cáithnín suas an plána ó p i bplána ceartingearach trí an líne uasclaonta.

Réalaigh an luas \vec{v} agus an dlíathríú \vec{r} ó p den gcáithnín tar éis ama t i dtéarmaí \vec{i} agus \vec{j} , áit gur aonad veicteoirí iad \vec{i} agus \vec{j} fan an plána agus ingearach leis an bplána, faoi seach.

Cruthaigh go mbuaileann an cáithnín leis an bplána ag uillinn 90° agus gur $\frac{u^2\sqrt{5}}{4g}$ a raon ar an bplána claonta.

8. Scríobh síos na dlíthe a bhaineann le fiar-iombhuaileadh idir sféir míne laisteacha.

Dhá sféar mhíne p agus q gur maiseanna dóibh $2k$ agus k , faoi seach, déanann siad fiar-iombhuaileadh lena chéile agus is é $\frac{1}{2}$ coéifeacht an tarraingthe le haghaidh an iombhuailidh. Is é $2v\vec{i} + 5v\vec{j}$ luas p roimh an iombhuaileadh agus is é $-4v\vec{i} + 3v\vec{j}$ luas q roimh an iombhuaileadh, áit gur fan líne na lárphointí ag am an iombhuailidh atá \vec{i} . Ríomh luasanna na sféar tar éis an iombhuailidh agus taispeáin gur $9kv^2$ an cailleadh sa bhfuinneamh cinéatach.

9. Cruthaigh gur $\frac{2ma^2}{5}$ móimint na taimhe de dhluth-sféar aonfhoirmeach gur ga dó a agus gur mais dó m thart timpeall trastomhais de.

Is tromán lúith siméadrach é dhá sféar mar thuas atá ceangailte ag barra docht caol aonfhoirmeach gur mais dó $\frac{m}{2}$ agus gur fad dó $2a$ sa chaoi go bhfuil fad $4a$ idir lárphointí na sféar. Má tá an tromán lúith suite gan bac ar mhaighdeog ag pointe sa bharr atá $\frac{a}{2}$ ó lárphointe an bharr sa chaoi go bhfuil ar a chumas luascaidh bheaga a dhéanamh i bplána ceartingearach, cruthaigh gur

$\frac{1151ma^2}{120}$ móimint na taimhe den chorpán thart timpeall ais an rothluithe agus ríomh peireod an luasctha.

10. Cáithnín gur mais dó 0.1 kg, titeann sé go ceartingearach ó stad dó faoi dhomhantarraingt i meán a chuireann in aghaidh an cháithnín le fórsa gur méad dó $0.02v$ níutan nuair is v m/s luas an cháithnín. Taispeáin go bhfuil

$$v = 49 \left(1 - e^{-\frac{t}{5}} \right)$$

agus faigh teoirinn v $t \rightarrow \infty$

Faigh slonn le haghaidh an fhaid atá gafa in am t soicind.